

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

OTIMIZAÇÃO DO NEUTRALIZADOR DINÂMICO TIPO PENDULAR

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA
CATARINA PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM
ENGENHARIA MECÂNICA**

AUTOR : EDUARDO DE SOUZA ALVARENGA

ORIENTADOR : JOSÉ JOÃO DE ESPÍNDOLA, Phd.

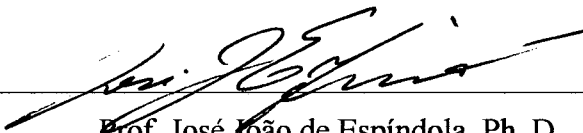
FLORIANÓPOLIS,

OTIMIZAÇÃO DO NEUTRALIZADOR DINÂMICO TIPO PENDULAR

EDUARDO DE SOUZA ALVARENGA

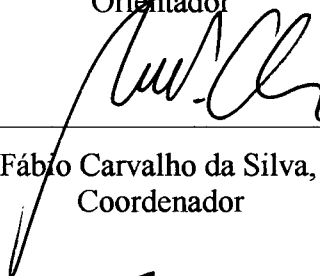
ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
MESTRE EM ENGENHARIA

ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA, ÁREA DE CONCENTRAÇÃO VIBRAÇÕES E
RUÍDO, E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO



Prof. José João de Espíndola, Ph. D.

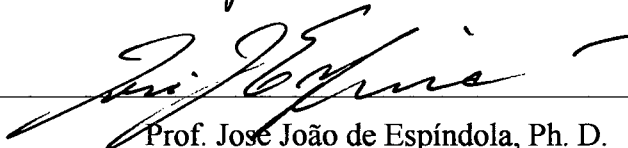
Orientador



Prof. Antônio Fábio Carvalho da Silva, Dr. Eng. Mec.

Coordenador

BANCA EXAMINADORA



Prof. José João de Espíndola, Ph. D.

Presidente



Prof. Moysés Zindeluk, D. Sc.



Prof. Hans Ingo Weber, Dr. Ing.

AGRADECIMENTOS

O autor gostaria de agradecer a todos que ajudaram na realização desta dissertação, em especial aos professores José João de Espíndola e Arcanjo Lenzi pela orientação e apoio, aos amigos Edmar, Hilton e Acir, pela amizade, à Flávia e a meus pais, pela ajuda e compreensão e à patrocinadora USIMINAS, na pessoa de seu Presidente, Rinaldo Campos Soares.

SUMÁRIO

O neutralizador tipo pendular consiste basicamente em uma massa, ligada por uma haste rígida a uma rótula que funciona como uma mola à rotação. Dentre a diversa gama de neutralizadores dinâmicos estudados pela engenharia, este tem a vantagem de aliar pequenas massas e dimensões a baixas frequências naturais. Isto é particularmente interessante quando deseja-se controlar baixas frequências em estruturas leves, tais como os primeiros modos de prédios industriais em estruturas metálicas.

No presente trabalho, estuda-se a dinâmica deste tipo de neutralizador através das grandezas generalizadas equivalentes e propõe-se sua otimização considerando sua forma construtiva e o comportamento viscoelástico do material que constitui a rótula.

Duas teorias são analisadas quanto ao comportamento dinâmico do módulo de elasticidade deste material : invariável com a frequência (amortecimento sólido tipo I) e linearmente proporcional à frequência (amortecimento sólido tipo II).

Uma aplicação prática é demonstrada, onde doze neutralizadores são aplicados a um modelo reduzido de prédio industrial afim de controlar seu primeiro modo. Os resultados obtidos estão de acordo com a teoria desenvolvida.

ABSTRACTS

Among the various kinds of dynamic neutralizers known by engineering, the pendular type one has the advantage of combining small masses and dimensions with low natural frequencies. This is particularly interesting when controlling low frequency vibrations in light structures, such as the lowest modes of industrial buildings.

The pendular neutralizer is described basically as a mass linked by a rigid rod to a rotational spring. It is assumed that this spring is composed of a material that possess complex stiffness.

The dynamics of this neutralizer is studied by the use of the equivalent generalized quantities. The optimization is proposed in terms of the mass shape and its relation to the rod length, and the viscoelastic behaviour of the spring material.

Two theories are considered about the dynamic stiffness of this material : independent of the frequency (damping of the solid type I) and proportional to frequency (damping of the solid type II).

A practical application is shown. The results obtained are in accordance with the developed subject.

SIMBOLOGIA E CONVENÇÕES

Em todos os capítulos

ω ; frequência circular;

K_θ ; constante de rigidez da rótula;

η ; fator de perda do material da rótula;

m ; massa do pêndulo;

I_g ; segundo momento de massa do pêndulo em relação ao centro de gravidade;

I_o ; inércia total do neutralizador;

l ; distância entre o eixo de rotação da rótula e o centro de gravidade do pêndulo;

g ; aceleração da gravidade;

$f(t)$; força no tempo que a estrutura aplica ao neutralizador;

θ ; rotação da rótula;

x ; deslocamento translacional do centro de gravidade da massa do pêndulo;

$T(t)$; energia cinética do neutralizador;

$V(t)$; energia potencial do neutralizador;

ω_a ; frequência natural circular do neutralizador;

f_a ; frequência natural do neutralizador;

K_a ; rigidez dinâmica;

M_a ; massa dinâmica;

Z ; impedância dinâmica;

M_{eq} ; massa equivalente;

C_{eq} ; amortecimento viscoso equivalente;

ϵ_a ; relação de frequências;

C_i ; parâmetro de proporção de inércia;

C_k ; parâmetro de proporção de rigidez;

K ; constante de rigidez do sistema primário;

M ; massa do sistema primário;
 ω_0 ; frequência natural circular do sistema primário;
 f_0 ; frequência natural do sistema primário;
 μ ; razão entre massas do neutralizador e do sistema primário;
 α ; razão entre frequências naturais do neutralizador e do sistema primário;
 ε ; razão de frequências principal;
 $T(\varepsilon)$; transmissibilidade do sistema composto;
 T_0 ; transmissibilidade do sistema composto quando o fator de perda é nulo;
 T_∞ ; transmissibilidade do sistema composto quando o fator de perda tende ao infinito;
 C ; constante de amortecimento viscoso;
 ξ ; razão de amortecimento;
 β ; constante de proporção entre o módulo de elasticidade e a frequência;
 G ; módulo de elasticidade de cisalhamento;
 ϕ_{nj} ; amplitude modal ortonormalizada do j -ésimo modo da n -ésima coordenada generalizada;
 c ; altura da massa do pêndulo;
 ϕ ; diâmetro da massa do pêndulo;
 ϕ_i ; diâmetro interno da rótula;
 ϕ_e ; diâmetro externo da rótula;
 l_k ; comprimento axial da rótula;
 ρ ; massa específica.

Convenções

O símbolo $*$ sobre uma variável indica quantidade complexa;
 O símbolo $\bar{}$ sobre uma função indica a transformada de Fourier desta função;

- O símbolo $\frac{d}{dt}$ sobre uma variável indica derivada em relação ao tempo;
- O operador \mathcal{F} indica a transformada de Fourier;
- O símbolo $|\cdot|$ indica valor absoluto;
- O símbolo i indica $\sqrt{-1}$;
- O símbolo \lim indica limite de uma função;
- O símbolo Re indica a parte real de uma variável complexa;
- O símbolo Im indica a parte imaginária de uma variável complexa.

ÍNDICE

1 - INTRODUÇÃO	1
2 - DINÂMICA DO NEUTRALIZADOR	5
3 - PROPRIEDADES EQUIVALENTES	9
4 - TRANSMISSIBILIDADE DE UM SISTEMA DE UM GRAU DE LIBERDADE AO QUAL É ACOPLADO UM NEUTRALIZADOR	12
4.1 - Amortecimento sólido tipo I	12
4.2 - Amortecimento viscoso	16
4.3 - Amortecimento sólido tipo II	17
4.4 - Comparação com o neutralizador clássico	19
5 - OTIMIZAÇÃO DO NEUTRALIZADOR PENDULAR COM AMORTECIMENTO SÓLIDO TIPO I	21
5.1 - Sintonia ótima	21
5.2 - Fator de perda ótimo	24
6 - OTIMIZAÇÃO DO NEUTRALIZADOR PENDULAR COM AMORTECIMENTO SÓLIDO TIPO II	28
6.1 - Sintonia ótima	28
6.2 - Fator de perda ótimo	31
6.3 - Comparação entre o amortecimento sólido tipo I e sólido tipo I	34
7 - OUTROS PARÂMETROS	36
7.1 - Relação de massas	36
7.2 - Parâmetro de inércia	37
7.3 - Parâmetro de rigidez	42
8 - EXEMPLO DE APLICAÇÃO DA TEORIA	45
8.1 - Projeto do modelo	45
8.2 - Análise modal experimental	47
8.3 - Projeto do neutralizador	48

8.4 - Confeção dos neutralizadores	51
8.5 - Sintonização dos neutralizadores	52
8.6 - Aplicação dos neutralizadores ao modelo	55
8.7 - Resultados obtidos	57
9 - CONCLUSÃO	61
9.1 - Desenvolvimento teórico	61
9.2 - Exemplo prático	64
9.3 - Sugestões para trabalhos futuros	65
APÊNDICE A - Análise modal teórica por Elementos Finitos do modelo	
reduzido de prédio industrial	66
Tabela A.1 - Coordenadas generalizadas	67
Tabelas A.2 - Dados dos elementos	70
Tabelas A.3 - Autovetores dos quatro primeiros modos	72
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	91

CAPÍTULO 1

Introdução

A utilização de neutralizadores dinâmicos já é bem conhecida dos homens. Hunt [04], afirma que a natureza já os emprega há vários séculos. Cita os exemplos do pica-pau e de um determinado besouro que batem suas cabeças a exatos 17 e 12 Hz, respectivamente, e não sofrem dano algum em seus cérebros, indicando a presença de um dispositivo na cavidade cerebral que utiliza o princípio dos neutralizadores.

A primeira referência a neutralizadores dinâmicos, também chamados absorvedores dinâmicos, foi publicada por Watts em 1883. Frahm, em 1909, projetou um dispositivo para reduzir o balanço dos navios de guerra [12].

Com a publicação de Ormondroyd e Den Hartog [01] em 1934, o assunto ganhou seu primeiro estudo profundo. Considerando o sistema primário de 1 grau de liberdade, o neutralizador consistia em uma massa a ele ligada por uma mola em paralelo a um amortecedor viscoso. A teoria do amortecimento viscoso pressupõe que a força de amortecimento seja proporcional e contrária à velocidade de deformação do amortecedor. Desprezando o amortecimento do sistema primário, os autores propõem a otimização do neutralizador através do método de dois pontos fixos. Constata-se que há dois pontos fixos pelos quais todas as curvas de ganho do sistema composto (sistema primário mais neutralizador) passam, independente do valor de amortecimento do neutralizador. Atuando sobre a relação entre as frequências naturais do neutralizador e do sistema primário, consegue-se estabelecer que os pontos fixos possuam a mesma altura. Diz-se então que o sistema está sintonizado. O amortecimento ótimo é tomado como aquele que produz o ponto máximo do ganho aproximadamente igual à altura dos pontos fixos. Isto assegura que o neutralizador possua eficiência em uma ampla faixa de frequências. O valor do amortecimento é determinado analiticamente através da derivação da curva de transmissibilidade em função do amortecimento e aplicando-se o teorema de máximos e mínimos.

Em 1965, Snowdon [06] repetiu o estudo utilizando um material de comportamento viscoelástico como união entre o neutralizador e o sistema primário. Três hipóteses foram consideradas quanto ao amortecimento :

a. Amortecimento viscoso : O material possui comportamento idêntico a uma mola em paralelo com um amortecedor viscoso. Neste caso, o autor chega às mesmas conclusões de Ormondroyd e Den Hartog.

b. Amortecimento sólido tipo I (baixo amortecimento) : O material possui características de amortecimento viscoelástico independente da frequência. O módulo de elasticidade é considerado constante com a frequência. Para este material, novamente dois pontos fixos estão presentes. A sintonia é determinada da mesma maneira, ou seja, faz-se com que o ganho do sistema composto tenha a mesma amplitude nos pontos fixos. Novamente, o amortecimento do sistema primário é desprezado. O amortecimento ótimo também é tratado de maneira semelhante à Ormondroyd e Den Hartog, porém ao ser determinado analiticamente, duas raízes distintas se apresentam. Seu valor é dado então pela multiplicação da média aritmética destas raízes por um fator de correção proposto pelo autor.

c. Amortecimento sólido tipo II (alto amortecimento) : O material novamente possui o amortecimento viscoelástico, porém, o módulo de elasticidade é variável e diretamente proporcional à frequência. O autor repete o mesmo processo descrito para obtenção da sintonia e do amortecimento ótimo. Na determinação do amortecimento ótimo surgem duas raízes positivas e uma negativa. Novamente, o valor ótimo será determinado pela média das duas raízes positivas e corrigidas por um fator dado pelo autor.

A grande vantagem percebida neste trabalho é que, além de mais eficaz, a teoria do comportamento viscoelástico dos materiais tem na natureza melhor aproximação do que o comportamento viscoso. Isto conduz a um projeto sensivelmente melhor dos neutralizadores, em especial os que utilizam o material de amortecimento sólido tipo II. Um outro ponto importante são os altos valores encontrados de amortecimento ótimo para os materiais tipo sólido I, superiores a 0,4. Dificilmente um material apresentaria um módulo de elasticidade constante com a frequência e fatores de perda tão altos.

Espíndola e Silva [09] estenderam o estudo dos neutralizadores aplicados a sistemas complexos ao introduzirem o conceito de grandezas generalizadas equivalentes. Para isto, valeram-se de propriedades equivalentes dos neutralizadores. A idéia básica é transformar a impedância mecânica que o neutralizador transfere no ponto de acoplamento com o sistema primário, em quantidades generalizadas equivalentes de massa e amortecimento, variáveis com a frequência. Com estas grandezas generalizadas, torna-se possível formular as equações do sistema composto em termos das coordenadas do sistema primário apenas, embora o sistema composto possua graus de liberdade adicionais, fornecidos pelos neutralizadores. Essas equações são escritas no domínio da frequência. Isto permite a formulação de uma teoria de controle modal de vibrações por neutralizadores dinâmicos em que o modelo modal do sistema primário é o dado essencial.

No presente trabalho, pretende-se estudar um dispositivo para redução de vibrações em sistemas com frequências naturais até 5 Hz. Prédios industriais fabricados em estrutura metálica são exemplos clássicos destes sistemas, pois costumam apresentar seus primeiros modos entre 1 e 3 Hz.

O neutralizador tipo pendular tem a vantagem de aliar baixas frequências de ressonância com massas relativamente pequenas. Este consiste de uma massa ligada a uma rótula através de uma haste, compondo um pêndulo. A haste deve ser rígida o bastante para que a rotação da massa coincida com o giro da rótula no eixo axial (perpendicular ao plano de oscilação do pêndulo). A rótula possui características de mola a rotação, ou seja, o momento externo que faz a rótula girar em torno de seu eixo axial deve ser oposto por outro momento proporcional ao ângulo de rotação. O amortecimento também será representado por um momento que se opõe à rotação.

Duas teorias serão analisadas para efeito de amortecimento :

- Viscoso : amortecimento proporcional à velocidade.
- Viscoelástico : Amortecimento proporcional ao módulo de elasticidade.

Serão consideradas 5 esforços atuantes na dinâmica do pêndulo : os de inércia compostas pela inércia rotacional e translacional, a força de amortecimento oferecida pela

rótula, e os elásticos que são a força elástica da rótula e a parcela perpendicular ao eixo da haste do pêso do pêndulo.

Serão investigados, a propósito do projeto ótimo de neutralizadores pendulares, os seguintes fatores:

- Comprimento da haste.
- Forma e dimensões do pêndulo.
- Relação entre rigidez da rótula e do pêndulo.
- Fator de perda do material da rótula.
- Relação entre inércia rotacional e translacional do pêndulo.
- Relação entre frequências naturais do pêndulo e do sistema primário.
- Quantidade e posição dos neutralizadores.
- Relação de massas do pêndulo e do sistema primário.

CAPÍTULO 2

Dinâmica do Neutralizador

O neutralizador pendular é composto basicamente de uma rótula e uma massa ligada a esta rótula por uma haste. Para este estudo, considera-se que a rótula é composta de material viscoelástico e possui propriedades de mola linear no plano de oscilação do pêndulo. Isto equivale a dizer que, a um momento externo aplicado, a rótula irá oferecer um momento igual e contrário e girar em torno de seu eixo axial num ângulo proporcional a este momento. Pressupõe que o comportamento viscoelástico da rótula seja linear. Esta proporção será denominada constante de rigidez (K_θ^*) e será complexa. A parte imaginária representará o amortecimento.

A haste deverá ter massa desprezável e ser rígida o bastante de tal forma que a rotação do pêndulo coincida com a rotação da rótula, ou seja, não deverá haver flexão na haste nem rotação no ponto de união com a rótula e com a massa.

O efeito da massa deste pêndulo será descrito simplesmente como uma inércia translacional e rotacional.

O primeiro passo para determinar as forças dinâmicas atuantes no neutralizador é escrever as expressões das energias cinética e potencial.

Defina-se os parâmetros :

- $K_\theta^* = K_\theta(1 + i\eta)$; constante complexa de rigidez à rotação;
- K_θ ; constante de rigidez da rótula;
- η ; fator de perda do material da rótula;
- m ; massa translacional do pêndulo;
- I_g ; segundo momento de massa do pêndulo em relação ao centro de gravidade;
- l ; distância entre o eixo de rotação da rótula e o centro de gravidade do pêndulo;
- g ; aceleração da gravidade;

- $f(t)$; força no tempo que a estrutura aplica ao neutralizador;
- $K_\theta \theta$; parcela conservativa do momento que se opõe à rotação da rótula;
- $\eta K_\theta \dot{\theta}$; parcela não conservativa do momento que se opõe à rotação da rótula;
- $\theta(t)$; rotação da rótula no tempo;
- $\dot{\theta}(t)$; velocidade da rotação da rótula no tempo;
- $\ddot{\theta}(t)$; aceleração da rotação da rótula no tempo;
- $x(t)$; deslocamento translacional do centro de gravidade do pêndulo;
- $\dot{x}(t)$; velocidade translacional do pêndulo;
- $\ddot{x}(t)$; aceleração translacional do pêndulo;
- $T(t)$; energia cinética do neutralizador;
- $V(t)$; energia potencial do neutralizador.

Esquemáticamente :

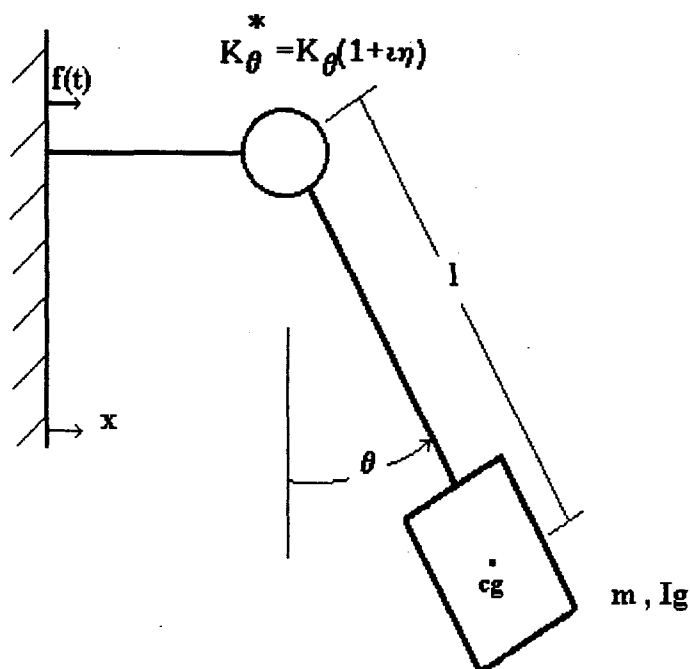


FIGURA 2.1 - Representação esquemática do neutralizador pendular

Pode-se , então, escrever :

a) Energia cinética :

$$T(t) = \frac{m}{2} [(\dot{l}\dot{\theta}(t))^2 + (\dot{x}(t))^2 + 2\dot{x}(t)\dot{l}\dot{\theta}(t)\cos\theta(t)] + \frac{I_g}{2} \dot{\theta}^2(t) \quad (2.1).$$

b) Energia potencial :

$$V(t) = \frac{K_{\theta}}{2} \theta^2(t) + mgl(1 - \cos\theta(t)) \quad (2.2).$$

Expressas as energias cinética e potencial em função do tempo, pode-se aplicar a equação de Lagrange e obter-se as equações de equilíbrio:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial x} = f(t) \quad (2.3).$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{\partial V}{\partial \theta} = -i\eta K_{\theta} \theta(t) \quad (2.4).$$

Para facilitar a dedução das equações de equilíbrio, pode-se substituir o termo do cosseno do ângulo $\theta(t)$ por sua expressão em série de Taylor :

$$\cos\theta(t) = 1 - \frac{(\theta(t))^2}{2!} + \frac{(\theta(t))^4}{4!} - \frac{(\theta(t))^6}{6!} + \dots$$

Na expressão (2.1) e (2.2), esta substituição levará a :

$$T(t) = \frac{m}{2} [(\dot{l}\dot{\theta}(t))^2 + (\dot{x}(t))^2 + 2\dot{x}(t)\dot{l}\dot{\theta}(t)(1 - \frac{(\theta(t))^2}{2!} + \frac{(\theta(t))^4}{4!} - \frac{(\theta(t))^6}{6!} + \dots)] + \frac{I_g}{2} \dot{\theta}^2(t) \quad (2.5).$$

$$V(t) = \frac{K_{\theta}}{2} \theta^2(t) + \frac{m}{2} gl \left[\frac{(\theta(t))^2}{2!} - \frac{(\theta(t))^4}{4!} + \frac{(\theta(t))^6}{6!} - \dots \right] \quad (2.6).$$

Introduzindo-se a hipótese de que o ângulo $\theta(t)$ não assume grandes valores, após a derivação pode-se desprezar os termos de segunda ordem. De (2.3) e (2.4), vem :

$$m\ddot{x}(t) + m\dot{l}\ddot{\theta}(t) = f(t) \quad (2.7).$$

$$mgl\theta(t) + ml^2\ddot{\theta}(t) + I_g\ddot{\theta}(t) + m\dot{l}\ddot{x}(t) + K_{\theta}\theta(t) = -i\eta K_{\theta}\theta(t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow mgl\theta(t) + ml^2\ddot{\theta}(t) + I_g\ddot{\theta}(t) + m\dot{l}\ddot{x}(t) + K_{\theta}^*\theta(t) = 0 \quad (2.8).$$

Defina-se :

$$\bar{\Theta} = \bar{\Theta}(\omega) = \mathcal{F}(\theta(t));$$

$$\bar{X} = \bar{X}(\omega) = \mathcal{F}(x(t));$$

$$\bar{F} = \bar{F}(\omega) = \mathcal{F}(f(t));$$

onde o operador \mathcal{F} representa a transformada de Fourier. Pode-se, então, descrever as equações no domínio da frequência :

$$\bar{F} = -\omega^2 m \bar{X} - \omega^2 m l \bar{\Theta} \quad (2.9).$$

$$-\omega^2 (m l^2 + I_g) \bar{\Theta} - \omega^2 m l \bar{X} + (K_\theta + mgl) \bar{\Theta} = 0 \quad (2.10).$$

De (2.9), vem :

$$\bar{\Theta} = \frac{K_\theta + mgl - \omega^2 (m l^2 + I_g)}{\omega^2 m l} \bar{X}. \quad (2.11).$$

Levando-se (2.10) em (2.8) :

$$\bar{F} = -\omega^2 m \bar{X} - \omega^2 m l \bar{\Theta} = -\omega^2 m \bar{X} - \frac{(\omega^2 m l)^2}{K_\theta + mgl - \omega^2 (m l^2 + I_g)} \bar{X}.$$

Ou ainda,

$$\frac{\bar{F}}{\bar{X}} = -\omega^2 m - \frac{(\omega^2 m l)^2}{K_\theta + mgl - \omega^2 I_0 + i\eta K_\theta} \quad (2.12).$$

Onde $I_0 = m l^2 + I_g$.

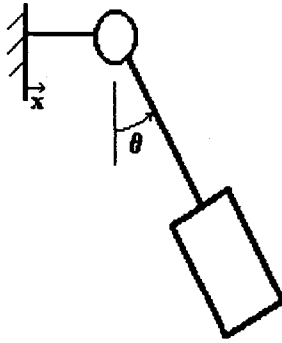
Finalmente escreve-se a expressão da frequência natural do neutralizador (ω_a) :

$$\omega_a^2 = \frac{K_\theta + mgl}{I_0} \quad (2.12).$$

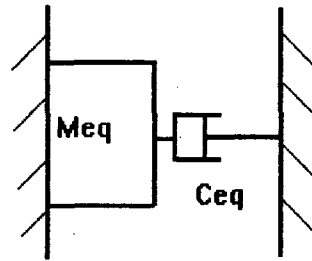
CAPÍTULO 3

Propriedades Equivalentes

Desenvolvida a dinâmica do neutralizador, determinam-se a seguir as propriedades equivalentes de inércia, amortecimento e rigidez do neutralizador, fatores que serão essenciais para a otimização. Com estas grandezas, pode-se representar o neutralizador como uma massa (ou mola) e um amortecedor viscoso acoplado ao ponto de aplicação deste neutralizador [3], [12]. Esta massa, amortecedor e mola variam com a frequência e são denominados, respectivamente, massa equivalente, amortecedor viscoso equivalente e mola equivalente. Estes são definidos como as partes reais da massa dinâmica, impedância e rigidez dinâmica exercida pelo neutralizador a seu ponto de aplicação.



Esquema real



Esquema equivalente

FIGURA 3.1 - Esquema equivalente para o neutralizador pendular

Considere-se a expressão (2.12), que corresponde à rigidez dinâmica $K_a^*(\omega)$:

$$K_a^*(\omega) = \frac{\bar{F}(\omega)}{\bar{X}(\omega)} = -\omega^2 m - \frac{(\omega^2 m l)^2}{K_\theta^* + m g l - \omega^2 I_0} \quad (3.1).$$

Sabe-se que a massa dinâmica $M_a^*(\omega)$ guarda a seguinte relação com rigidez dinâmica [3]:

$$M_a^*(\omega) = \frac{K_a^*(\omega)}{-\omega^2} = \frac{\bar{F}(\omega)}{-\omega^2 \bar{X}(\omega)} \quad (3.2).$$

$$M_a^*(\omega) = m + \frac{(m\omega l)^2}{K_\theta + mgl - \omega^2 I_0} \quad (3.3).$$

Desdobrando-se K_θ^* em $K_\theta^* = K_\theta(1 + i\eta) = K_\theta + i\eta K_\theta$;

$$M_a^*(\omega) = m + \frac{(m\omega l)^2}{K_\theta + mgl - \omega^2 I_0 + i\eta K_\theta} \Rightarrow M_a^*(\omega) = m + \frac{(m\omega l)^2 (K_\theta + mgl - \omega^2 I_0 - i\eta K_\theta)}{(K_\theta + mgl - \omega^2 I_0)^2 + \eta^2 K_\theta^2}.$$

A massa equivalente pode então ser deduzida da parte real da massa dinâmica:

$$M_{eq}(\omega) = \text{Re}(M_a^*) = m + \frac{(m\omega l)^2 (K_\theta + mgl - \omega^2 I_0)}{(K_\theta + mgl - \omega^2 I_0)^2 + \eta^2 K_\theta^2} \quad (3.4).$$

O amortecedor equivalente $C_{eq}(\omega)$ será a parte real da impedância. Para isto descreve-se a impedância $Z(\omega)$ como :

$$Z^*(\omega) = \frac{\bar{F}(\omega)}{i\omega \bar{X}(\omega)} = i\omega \frac{\bar{F}(\omega)}{-\omega^2 \bar{X}(\omega)} = i\omega M_a^*(\omega).$$

Logo, pode-se escrever o amortecimento equivalente como :

$$C_{eq}(\omega) = \text{Re}(Z^*) = \text{Re}(i\omega M_a^*) = -\omega \text{Im}(M_a^*).$$

$$C_{eq}(\omega) = \omega \frac{(m\omega l)^2 \eta K_\theta}{(K_\theta + mgl - \omega^2 I_0)^2 + \eta^2 K_\theta^2} \quad (3.5).$$

Adotem-se as seguintes definições :

$$\varepsilon_a = \frac{\omega}{\omega_a} \quad ; \text{relação de frequências};$$

$$C_i = \frac{ml^2}{I_0} \quad ; \text{parâmetro de proporção de inércia};$$

$$C_k = \frac{K_\theta}{K_\theta + mgl} \quad ; \text{parâmetro de proporção de rigidez}.$$

Verificando o denominador da fórmula da massa dinâmica descrita em (3.1), procede-se a seguinte simplificação :

$$(K_\theta + mgl - \omega^2 I_0) = (K_\theta + mgl) - \varepsilon_a^2 I_0 \frac{(K_\theta + mgl)}{I_0} = (K_\theta + mgl)(1 - \varepsilon_a^2).$$

Utilizando-as em (3.4) e (3.5), obtém-se :

$$M_{eq}(\omega) = m + \frac{(m\omega l)^2 [(K_\theta + mgl)(1 - \varepsilon_a^2)]}{(1 - \varepsilon_a^2)^2 (K_\theta + mgl)^2 + \eta^2 K_\theta^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_{eq}(\omega) = m + \frac{m(ml^2\omega^2)}{K_\theta + mgl} \frac{(1 - \varepsilon_a^2)}{(1 - \varepsilon_a^2)^2 + \eta^2 [K_\theta / (K_\theta + mgl)]^2}.$$

Mas,

$$\frac{ml^2\omega^2}{K_\theta + mgl} = \frac{ml^2}{I_o} \frac{I_o}{K_\theta + mgl} \omega^2 = \varepsilon_a^2 C_i \quad \therefore M_{eq}(\omega) = m \left[1 + \frac{C_i \varepsilon_a^2 (1 - \varepsilon_a^2)}{(1 - \varepsilon_a^2) + \eta^2 C_k^2} \right];$$

ou ainda,

$$M_{eq}(\omega) = m \frac{(1 - \varepsilon_a^2)^2 + \eta^2 C_k^2 + C_i \varepsilon_a^2 (1 - \varepsilon_a^2)}{(1 - \varepsilon_a^2)^2 + \eta^2 C_k^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_{eq}(\omega) = m \frac{(1 - \varepsilon_a^2) [\varepsilon_a^2 (C_i - 1) + 1] + \eta^2 C_k^2}{(1 - \varepsilon_a^2)^2 + \eta^2 C_k^2} \quad (3.6).$$

Substituindo-se as mesmas expressões em (3.5), obtém-se o amortecimento equivalente nos termos :

$$C_{eq}(\omega) = \omega \frac{(m\omega l)^2 \eta K_\theta}{(1 - \varepsilon_a^2)^2 (K_\theta + mgl)^2 + \eta^2 K_\theta^2} = m\omega \eta \frac{ml^2}{K_\theta + mgl} \frac{[K_\theta / (K_\theta + mgl)]}{(1 - \varepsilon_a^2)^2 + \eta^2 [K_\theta / (K_\theta + mgl)]^2},$$

ou :

$$C_{eq}(\omega) = m\omega \eta C_k \frac{C_i \varepsilon_a^2}{(1 - \varepsilon_a^2)^2 + \eta^2 C_k^2} \quad (3.7).$$

CAPÍTULO 4

Transmissibilidade de um sistema de 1 grau de liberdade com um neutralizador acoplado

Como nas pesquisas anteriores [1], [6], considera-se a aplicação do neutralizador a um sistema de um grau de liberdade. Para o início do estudo da otimização do neutralizador tipo pendular deve-se procurar a expressão da transmissibilidade do sistema composto (sistema primário mais neutralizador).

A transmissibilidade é definida como o módulo da razão, no domínio da frequência, entre a expressão do deslocamento da base do sistema primário (X_1) e o deslocamento da massa do sistema primário (X_2). O sistema composto possui 2 graus de liberdade (1 grau do neutralizador e 1 do sistema primário), mas, utilizando-se as propriedades equivalentes desenvolvidas no capítulo anterior, pode-se escrever a transmissibilidade nos termos das coordenadas do sistema primário, simplificada como um problema de 1 grau de liberdade. Conhecidos os parâmetros que influenciam a otimização para um sistema com um grau de liberdade, eles podem ser estendidos a sistemas complexos através da teoria de controle modal desenvolvida por Espíndola e Silva [9].

4.1) Amortecimento Sólido Tipo I

Principia-se por escrever as expressões de equilíbrio para o esquema equivalente da figura 4.1.

Pelo Princípio de D'Alembert :

$$(M + M_{eq})\ddot{x}_2(t) + C_{eq} \dot{x}_2(t) + K^* [x_2(t) - x_1(t)] = 0.$$

No domínio da frequência :

$$(M + M_{eq})(-\omega^2 \bar{X}_1) + C_{eq}(i\omega \bar{X}_1) + K^*(\bar{X}_2 - \bar{X}_1) = 0 \quad (4.1).$$

Onde : $\bar{X}_1 = \bar{X}_1(\omega) = \mathcal{F}(x_1(t))$;

$$\bar{X}_2 = \bar{X}_2(\omega) = \mathcal{F}(x_2(t)).$$

De (4.1) vem :

$$\frac{\bar{X}_2}{\bar{X}_1} = \frac{K^*}{-\omega^2(M + M_{eq}) + i\omega C_{eq} + K^*} \quad (4.2).$$

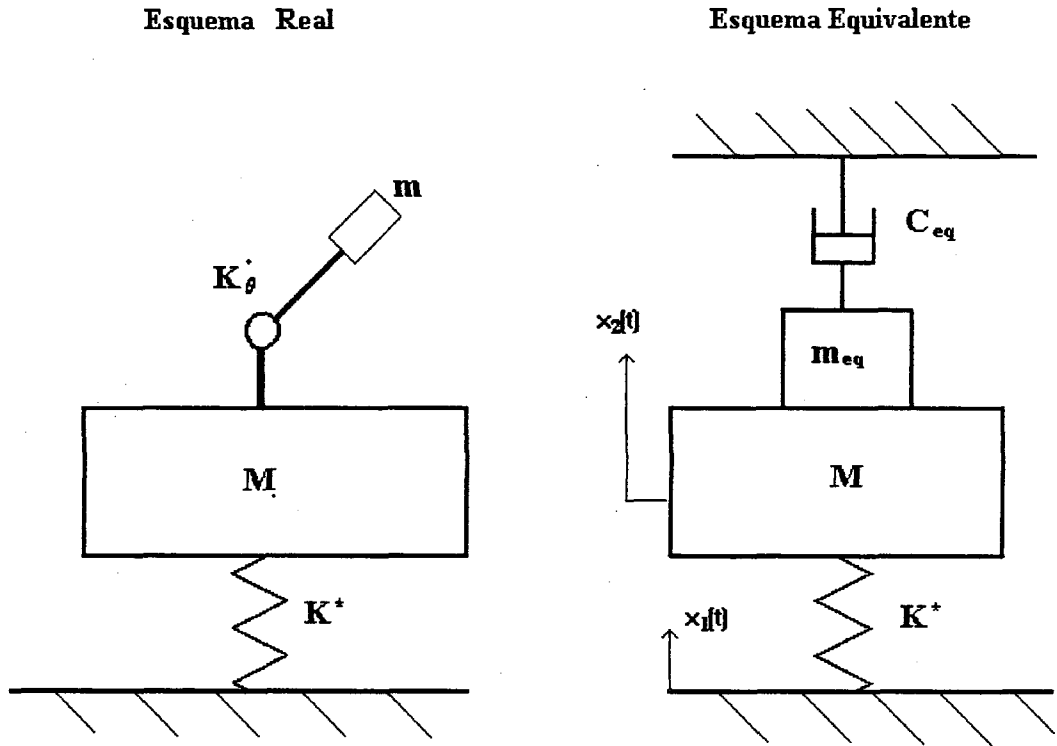


FIGURA 4.1 - Esquema equivalente do sistema composto.

Desenvolvendo um pouco mais a expressão, considera-se a mola do sistema primário como puramente real para simplificação de cálculo. Isto é particularmente possível porque os sistemas aos quais são empregados neutralizadores dinâmicos possuem, via de regra, valores de amortecimento desprezáveis. Então, a expressão (4.2) transforma-se em :

$$\frac{\bar{X}_2}{\bar{X}_1} = \frac{K}{-\omega^2(M + M_{eq}) + i\omega C_{eq} + K} = \frac{1}{1 - \omega^2\left(\frac{M}{K} + \frac{M_{eq}}{K}\right) + i\omega \frac{C_{eq}}{K}} \quad (4.3).$$

De forma a facilitar a análise da transmissibilidade, definem-se os parâmetros:

$$\omega_o^2 = \frac{K}{M} ; \text{ freqüência natural do sistema primário;}$$

$$\mu = \frac{m}{M} ; \text{ relação de massas;}$$

$\alpha = \frac{\omega_a}{\omega_o}$; relação entre frequências naturais ou sintonia;

$\varepsilon = \frac{\omega}{\omega_o} = \frac{\omega}{\omega_a} \frac{\omega_a}{\omega_o} = \varepsilon_a \alpha$; razão de frequências principal.

Analisando separadamente os termos de (4.3) que contém as expressões equivalentes :

$$a) -\omega^2 \frac{M_{eq}}{K} = -\frac{\omega^2}{\omega_o^2} \frac{M_{eq}}{M} = -\varepsilon^2 \frac{m}{M} \frac{(1-\varepsilon_a^2)[\varepsilon_a^2(C_i-1)+1]+\eta^2 C_k^2}{(1-\varepsilon_a^2)^2+\eta^2 C_k^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\omega^2 \frac{M_{eq}}{K} = -\varepsilon^2 \mu \frac{(1-\varepsilon^2/\alpha^2)[(\varepsilon^2/\alpha^2)(C_i-1)+1]+\eta^2 C_k^2}{(1-\varepsilon^2/\alpha^2)^2+\eta^2 C_k^2},$$

ou,

$$-\omega^2 \frac{M_{eq}}{K} = -\varepsilon^2 \mu \frac{(\alpha^2 - \varepsilon^2)[\varepsilon^2(C_i-1)+\alpha^2]+\eta^2 C_k^2 \alpha^4}{(\alpha^2 - \varepsilon^2)^2+\eta^2 C_k^2 \alpha^4} \quad (4.4).$$

$$b) i\omega \frac{C_{eq}}{K} = i \frac{\omega}{K} m \omega \eta C_k \frac{C_i \varepsilon_a^2}{(1-\varepsilon_a^2)^2+\eta^2 C_k^2} = i \frac{\omega^2}{\omega_o^2} \frac{K}{M} \frac{m}{K} \eta C_i C_k \frac{(\varepsilon^2/\alpha^2)}{(1-\varepsilon^2/\alpha^2)^2+\eta^2 C_k^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i\omega \frac{C_{eq}}{K} = i \frac{\varepsilon^4 \mu \eta \alpha^2 C_k C_i}{(\alpha^2 - \varepsilon^2)^2+\eta^2 C_k^2 \alpha^4} \quad (4.5).$$

Levando-se (4.4) e (4.5) em (4.3) :

$$\frac{\bar{X}_2}{\bar{X}_1} = \frac{(\alpha^2 - \varepsilon^2)^2+\eta^2 C_k^2 \alpha^4}{(1-\varepsilon^2)[(\alpha^2 - \varepsilon^2)^2+\eta^2 C_k^2 \alpha^4] - \varepsilon^2 \mu (\alpha^2 - \varepsilon^2) \{[\varepsilon^2(C_i-1)+\alpha^2]+\eta^2 C_k^2 \alpha^4\} + i \varepsilon^4 \mu \eta \alpha^2 C_k C_i} \Rightarrow$$

$$\frac{\bar{X}_2}{\bar{X}_1} = \frac{(\alpha^2 - \varepsilon^2)^2+\eta^2 C_k^2 \alpha^4}{(\alpha^2 - \varepsilon^2) \{(\alpha^2 - \varepsilon^2)(1-\varepsilon^2) - \varepsilon^2 \mu [\varepsilon^2(C_i-1)+\alpha^2]\} + \eta^2 C_k^2 \alpha^4 [1-\varepsilon^2(\mu+1)] + i \varepsilon^4 \mu \eta \alpha^2 C_k C_i}.$$

Pode-se, então, escrever a expressão da transmissibilidade (T) :

$$T = T(\varepsilon) = \left| \frac{\bar{X}_2}{\bar{X}_1} \right| = \frac{A}{\sqrt{B^2 + C^2}} \quad (4.6).$$

Onde :

$$A = A_{sl}(\epsilon) = (\alpha^2 - \epsilon^2)^2 + \eta^2 \alpha^4 C_k^2 \quad (4.7).$$

$$B = B_{sl}(\epsilon) = (\alpha^2 - \epsilon^2) \{ (\alpha^2 - \epsilon^2)(1 - \epsilon^2) - \epsilon^2 \mu [\epsilon^2 (C_i - 1) + \alpha^2] \} + \eta^2 C_k^2 \alpha^4 [1 - \epsilon^2 (\mu + 1)] \quad (4.8).$$

$$C = C_{sl}(\epsilon) = \epsilon^4 \mu \eta \alpha^2 C_k C_i \quad (4.9).$$

A figura 4.2 mostra a curva de transmissibilidade do sistema composto para vários valores de fator de perda.

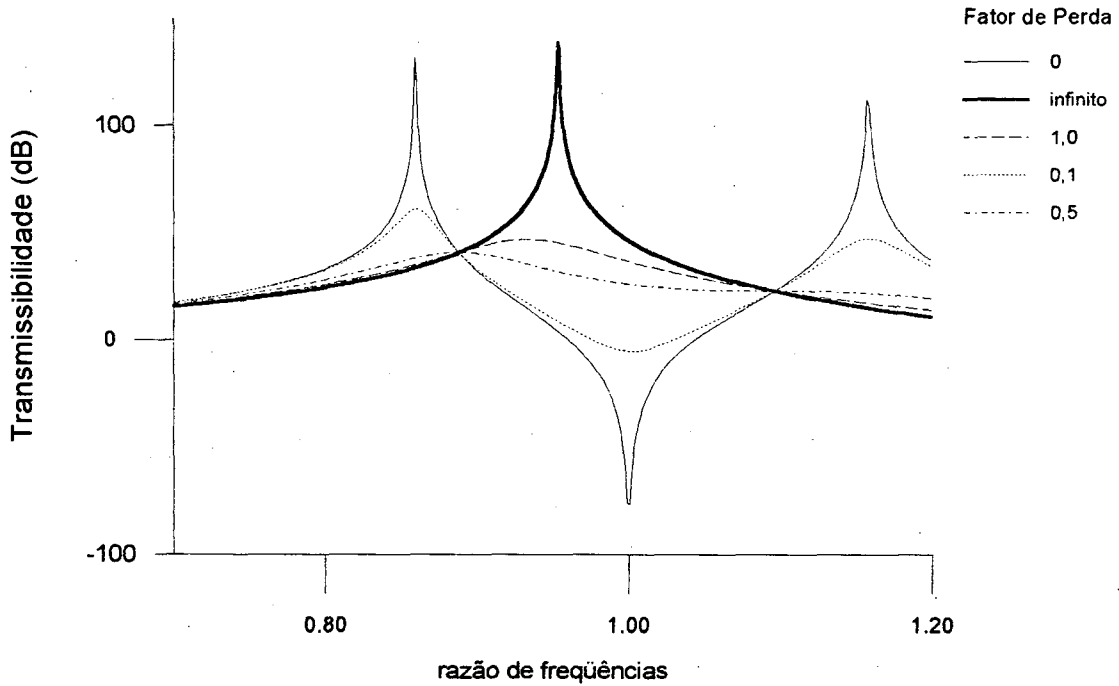


FIGURA 4.2 - Transmissibilidade do sistema composto para neutralizador com amortecimento sólido tipo I, $\mu = 0,1$; $C_k = 0,70$; $C_i = 0,90$, $\alpha = 1,0$ e diversos fatores de perda.

As expressões de (4.7), (4.8) e (4.9) foram desenvolvidas para materiais com características de amortecimento sólido tipo I os quais pressupõem que, a tanto a força elástica, quanto a força de amortecimento, são proporcionais ao deslocamento. Com uma simples comparação entre as forças elástica e de amortecimento, pode-se escrever a transmissibilidade para materiais com amortecimento tipo viscoso e amortecimento sólido tipo II [6].

4.2) Amortecimento Viscoso

Neste tipo de amortecimento, consideram-se a força elástica proporcional ao deslocamento e a força de amortecimento proporcional à velocidade :

$$f_k(t) = Kx(t) \Rightarrow \bar{F}_k(\omega) = \mathcal{F}(f_k(t)) = K_{\theta v} \bar{X}(\omega) \quad (\text{força elástica}).$$

$$f_c(t) = C \dot{x}(t) \Rightarrow \bar{F}_c(\omega) = \mathcal{F}(f_c(t)) = i\omega C \bar{X}(\omega) \quad (\text{força de amortecimento}).$$

Onde $K_{\theta v}$ é a constante elástica e C é a constante de amortecimento viscoso da rótula. Defina-se o parâmetro adimensional ξ , dito razão de amortecimento :

$$\xi = \frac{C}{\sqrt{(K_{\theta v} + mgl)I_0}}.$$

A força de amortecimento transforma-se em :

$$\bar{F}_c(\omega) = i2I_0\xi\omega\omega_a \bar{X}(\omega).$$

Compare-se a força de amortecimento viscoso com a força de amortecimento para materiais de comportamento viscoelástico sólido tipo I :

$$\bar{F}_c(\omega) = iK_{\theta}\eta \bar{X}(\omega) = i2I_0\omega\omega_a \xi \bar{X}(\omega).$$

$$\eta = 2\omega\xi \frac{\omega_a I_0}{K_{\theta}} = 2\xi \frac{\omega\omega_a}{\left[\frac{(K_{\theta} + mgl)}{I_0}\right] \left[\frac{K_{\theta}}{(K_{\theta} + mgl)}\right]} = \frac{2\xi\xi}{\alpha C_k}.$$

Aplicando-se estes resultados em (4.7), (4.8) e (4.9), obtém-se :

$$A_v(\varepsilon) = (\alpha^2 - \varepsilon^2)^2 + 4\alpha^2 \varepsilon^2 \xi^2 \quad (4.10).$$

$$B_v(\varepsilon) = (\alpha^2 - \varepsilon^2) \{ (\alpha^2 - \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2) - \varepsilon^2 \mu [\varepsilon^2(C_i - 1) + \alpha^2] \} + 4\alpha^2 \varepsilon^2 \xi^2 [1 - \varepsilon^2(\mu + 1)] \quad (4.11).$$

$$C_v(\varepsilon) = 2\alpha\mu\xi\varepsilon^5 C_i \quad (4.12).$$

A transmissibilidade será processada da mesma maneira pela fórmula descrita em (4.6). Na figura 4.3 estão traçadas várias curvas de transmissibilidade para valores de amortecimento diferentes. Nota-se que, tanto no caso de amortecimento sólido tipo I quanto amortecimento viscoso, as curvas passam por dois pontos fixos, independentes do valor de amortecimento. Isto será de grande valia na determinação dos parâmetros ótimos de projeto de neutralizadores tipo pendular.

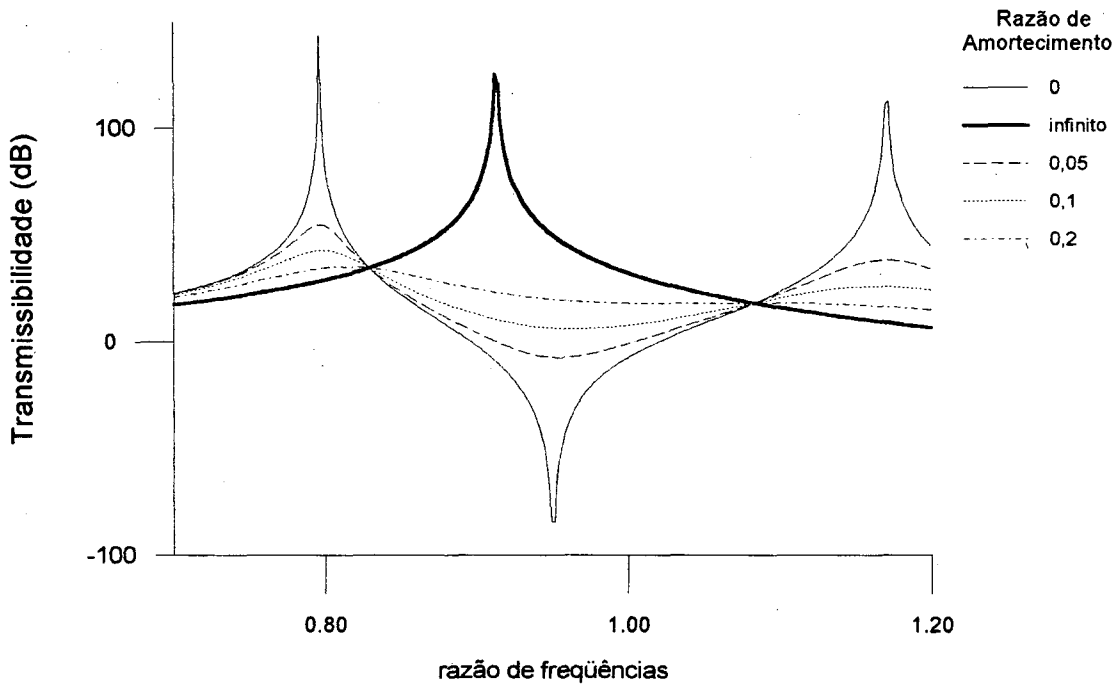


FIGURA 4.3 - Transmissibilidade do sistema composto para neutralizador com amortecimento viscoso , $\mu = 0,2$; $C_k = 0,75$; $C_i = 0,80$; $\alpha = 0,95$ e diversos fatores de perda

4.3) Amortecimento Sólido Tipo II

Para materiais com o comportamento viscoelástico sólido tipo II, considera-se novamente que a força de amortecimento é proporcional à força elástica, ou seja, à constante de elasticidade do material (K_θ), porém, esta constante tem valores distintos para frequências diferentes. Como simplificação matemática pode-se afirmar que guarda proporção linear com a frequência [6]. Isto torna as forças elástica e de amortecimento proporcionais à velocidade e não mais ao deslocamento.

Seja β a constante de proporção entre o valor de K_θ e a frequência circular(ω):

$$K_\theta^*(\omega) = K_\theta(\omega)(1 + i\eta).$$

$$K_\theta(\omega) = \beta\omega \Rightarrow K_\theta^*(\omega) = \beta\omega(1 + i\eta).$$

Redefinam-se :

$$K_{\theta a} = K_\theta(\omega_a) = \beta\omega_a ; \text{ constante de elasticidade na frequência natural;}$$

$$\omega_a' = \sqrt{\frac{K_{\theta a} + mgl}{I_o}} ; \text{freqüência natural do neutralizador,}$$

$$\alpha' = \frac{\omega_a'}{\omega_o} ; \text{sintonia do neutralizador,}$$

$$C_k' = \frac{K_{\theta a}}{K_{\theta a} + mgl} ; \text{parâmetro de composição da rigidez na freqüência natural.}$$

Analisando-se os termos α^2 e $\alpha^2 C_k$ que aparecem em (4.7), (4.8) e (4.9), verifica-se que :

$$\alpha^2 = \frac{\omega_a^2}{\omega_o^2} = \frac{\omega_a'^2}{\omega_o^2} \frac{\omega_a^2}{\omega_a'^2} = \alpha'^2 \frac{\frac{K + mgl}{I_o}}{\frac{K_{\theta a} + mgl}{I_o}} = \alpha'^2 \frac{\beta \omega + mgl}{\beta \omega_a' + mgl} = \alpha'^2 \frac{\frac{\omega}{\omega_a'} + \frac{mgl}{\beta \omega_a'}}{\frac{\beta \omega_a' + mgl}{\beta \omega_a'}}$$

$$\text{Ainda, } \frac{1 - C_k'}{C_k'} = \frac{\frac{mgl}{\beta \omega_a' + mgl}}{\frac{\beta \omega_a' + mgl}{\beta \omega_a' + mgl}} = \frac{mgl}{\beta \omega_a' + mgl}$$

Logo :

$$\alpha^2 = \alpha'^2 C_k' \left(\frac{\varepsilon}{\alpha'} + \frac{1 - C_k'}{C_k'} \right) \Rightarrow \alpha^2 = \alpha' \varepsilon C_k' + \alpha'^2 (1 - C_k').$$

$$\alpha^2 C_k = \frac{\omega_a^2}{\omega_o^2} \frac{K_{\theta}}{K_{\theta} + mgl} = \frac{I_o}{\omega_o^2} \frac{\beta \omega}{\beta \omega + mgl} = \frac{\beta \omega}{\omega_o^2 I_o} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha^2 C_k = \frac{\omega}{\omega_a' \omega_o^2} \frac{\beta \omega_a'}{I_o} = \frac{\omega}{\omega_a'} \frac{I_o}{\omega_o^2} \frac{\beta \omega_a'}{\beta \omega_a' + mgl} = \frac{\omega \omega_a' C_k'}{\omega_o^2} \Rightarrow \alpha^2 C_k = \varepsilon \alpha' C_k'.$$

Novamente utilizando-se das expressões desenvolvidas em (4.7), (4.8) e (4.9), pode-se escrever a transmissibilidade para materiais com amortecimento sólido tipo II :

$$A_{SH}(\varepsilon) = [\alpha' \varepsilon C_k' + \alpha'^2 (1 - C_k') - \varepsilon^2]^2 + (\varepsilon \alpha' \eta C_k')^2 \quad (4.13).$$

$$B_{SII}(\varepsilon) = (\eta \alpha' \varepsilon C_k')^2 [1 - \varepsilon^2 (\mu + 1)] + \\ + [\alpha' \varepsilon C_k' + \alpha'^2 (1 - C_k') - \varepsilon^2] \{ [\alpha' \varepsilon C_k' + \alpha'^2 (1 - C_k') - \varepsilon^2] (1 - \varepsilon^2) - \varepsilon^2 \mu [\varepsilon^2 (C_i - 1) + \varepsilon \alpha' C_k' + \alpha'^2 (1 - C_k')] \} \quad (4.14).$$

$$C_{SII}(\varepsilon) = \varepsilon^5 \alpha' \mu \eta C_k' / C_i \quad (4.15).$$

A figura 4.4 mostra a transmissibilidade de um sistema com um grau de liberdade ao qual foi acoplado um neutralizador tipo pendular cuja rótula é feita de material de comportamento viscoelástico de amortecimento tipo sólido II.

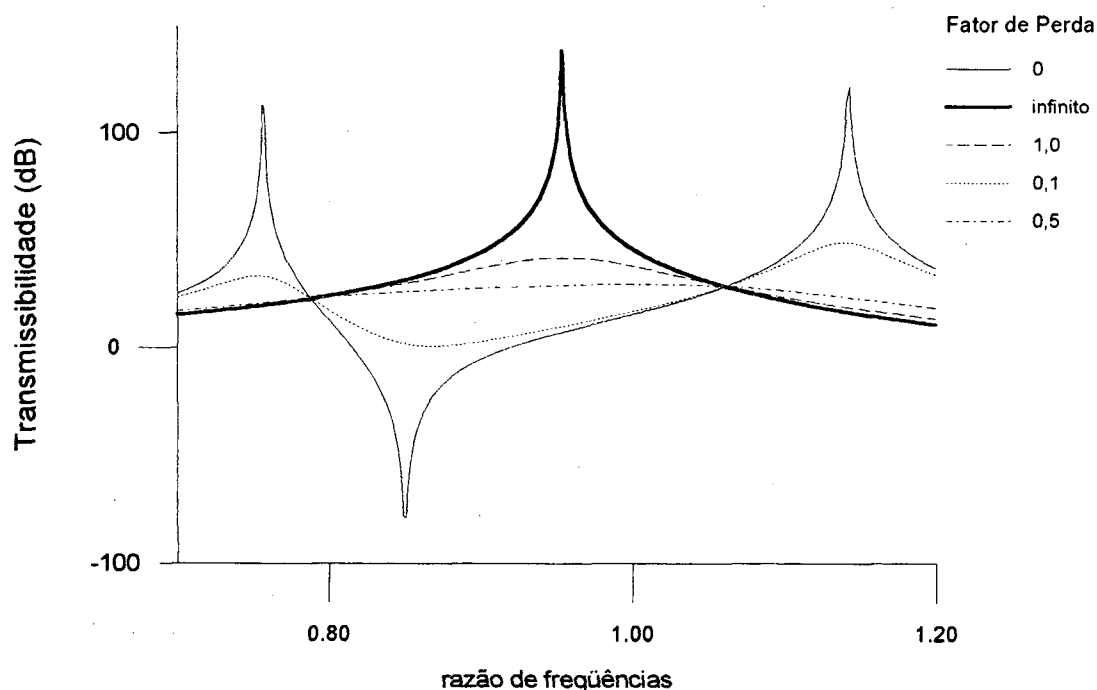


FIGURA 4.4 - Transmissibilidade do sistema composto para neutralizador com amortecimento sólido tipo II, $\mu = 0,1$; $C_k' = 0,80$; $C_i = 0,98$; $\alpha' = 0,85$ e diversos fatores de perda.

4.4) Comparação com o neutralizador clássico

A otimização do neutralizador clássico, composto de uma massa ressonante ligada ao sistema primário por uma peça de material elastomérico, foi estudada por Snowdon [6]. Adaptando-se as definições do capítulo 3, a transmissibilidade do sistema composto para materiais de amortecimento sólido tipo I pode ser escrita como :

$$T(\varepsilon) = \frac{(\alpha^2 - \varepsilon^2) + i\eta\alpha^2}{[(\alpha^2 - \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2) - \varepsilon^2\mu\alpha^2] + i\eta\alpha^2[1 - \varepsilon^2(\mu + 1)]}$$

Desenvolvendo a fórmula um pouco mais, obtém-se :

$$T(\varepsilon) = \frac{(\alpha^2 - \varepsilon^2)^2 + \eta^2\alpha^4}{(\alpha^2 - \varepsilon^2)[(\alpha^2 - \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2) - \varepsilon^2\mu\alpha^2] + \eta^2\alpha^4[1 - \varepsilon^2(\mu + 1)] + i\varepsilon^4\mu\eta\alpha^2}$$

A expressão acima é semelhante a (4.6), diferindo apenas pelo aparecimento dos parâmetros de rigidez (C_k) e inércia (C_i), porém, igualando-se C_i e C_k à unidade, elas se tornam idênticas. Isto corresponde ao projeto de neutralizador no qual toda a inércia está concentrada numa massa puntual e toda rigidez concentrada na mola que compõe a rótula.

CAPÍTULO 5

Otimização do neutralizador pendular com amortecimento sólido tipo I

5.1) Sintonia ótima (α_{ot})

Analisando as curvas de transmissibilidade do sistema composto para diversos valores de amortecimento, nota-se que, como nos estudos anteriores [01] e [06], há dois pontos fixos pelos quais todas as curvas passam, independentemente do valor do amortecimento. Atuando-se na razão de freqüências naturais, as alturas destes pontos fixos, ou sejam, os valores da transmissibilidade, serão alteradas. A razão de freqüências naturais que fizer com que estes pontos possuam alturas iguais (transmissibilidades idênticas), será dita a sintonia ótima. Isto permitirá que o neutralizador seja eficaz em uma faixa de freqüências maior do que o controle de uma dada freqüência só, ou seja, um pico só. Isto pode ser conseguido analiticamente.

Considere-se a transmissibilidade do sistema com amortecimento nulo e amortecimento infinito.

Portanto, de (4.6), (4.7), (4.8) e (4.9) vem :

$$T_0 = T(\varepsilon, \eta \rightarrow 0) = \left| \frac{\alpha^2 - \varepsilon^2}{(\alpha^2 - \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2) - \varepsilon^2 \mu [\varepsilon^2 (C_i - 1) + \alpha^2]} \right| \quad (5.1).$$

$$T_\infty = T(\varepsilon, \eta \rightarrow \infty) = \lim_{\eta \rightarrow \infty} \left| \frac{\eta^2 \alpha^4 C_k^2}{\eta^2 \alpha^4 C_k^2 [1 - \varepsilon^2 (\mu + 1)] + i \alpha^2 \varepsilon^4 \eta \mu C_k C_i} \right| \Rightarrow T_\infty = \left| \frac{1}{1 - \varepsilon^2 (\mu + 1)} \right| \quad (5.2).$$

Como as transmissibilidades descritas acima estão expressas como valores de módulo, a igualdade deverá ser analisadas sob duas hipóteses :

$$a) \quad \frac{\alpha^2 - \varepsilon^2}{(\alpha^2 - \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2) - \varepsilon^2 \mu [\varepsilon^2 (C_i - 1) + \alpha^2]} = \frac{1}{1 - \varepsilon^2 (\mu + 1)}.$$

Esta expressão só terá solução quando $\varepsilon=0$.

$$b) \quad \frac{\alpha^2 - \varepsilon^2}{(\alpha^2 - \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2) - \varepsilon^2 \mu [\varepsilon^2 (C_i - 1) + \alpha^2]} = - \frac{1}{1 - \varepsilon^2 (\mu + 1)}.$$

Desenvolvendo a expressão acima :

$$(\alpha^2 - \varepsilon^2)[\varepsilon^2(\mu + 1) - 1] = (\alpha^2 - \varepsilon^2)(1 - \varepsilon^2) - \varepsilon^2\mu[\varepsilon^2(C_i - 1) + \alpha^2] \Rightarrow \\ \Rightarrow \varepsilon^4[2 + \mu(2 - C_i)] - 2\varepsilon^2[1 + \alpha^2(\mu + 1)] + 2\alpha^2 = 0.$$

Esta equação é bi-quadrática e tem no máximo 2 raízes reais positivas. Sejam ε_1 e ε_2 as raízes reais desta equação bi-quadrática. Logo :

$$\varepsilon_1^2 = \frac{1 + \alpha^2(\mu + 1) - \sqrt{\Delta}}{2 + \mu(2 - C_i)}.$$

$$\varepsilon_2^2 = \frac{1 + \alpha^2(\mu + 1) + \sqrt{\Delta}}{2 + \mu(2 - C_i)}.$$

$$\text{Onde } \Delta = [1 + \alpha^2(\mu + 1)]^2 - 2\alpha^2[2 + \mu(2 - C_i)].$$

A condição para que existam raízes reais distintas é que Δ seja sempre positivo e menor que o quadrado do termo $[1 + \alpha^2(\mu + 1)]$. Isto pode ser garantido, já que o termo $2\alpha^2[2 + \mu(2 - C_i)]$ é sempre positivo.

Ora, é sabido que as transmissibilidades nas raízes ε_1 e ε_2 possuem alturas idênticas. Utilizando-se da expressão da transmissibilidade quando o fator de perda tende a infinito, obtém-se finalmente a expressão da sintonia ótima.

$$T_{1\infty} = T(\varepsilon = \varepsilon_1, \eta \rightarrow \infty) = \left| \frac{1}{1 - \varepsilon_1^2(\mu + 1)} \right|.$$

$$T_{2\infty} = T(\varepsilon = \varepsilon_2, \eta \rightarrow \infty) = \left| \frac{1}{1 - \varepsilon_2^2(\mu + 1)} \right|.$$

Para igualdade de módulos, novamente duas opções são impostas :

$$\bullet \quad \frac{1}{1 - \varepsilon_1^2(\mu + 1)} = \frac{1}{1 - \varepsilon_2^2(\mu + 1)}.$$

Esta equação levará a $\Delta=0$, que contraria a hipótese de duas raízes reais distintas.

$$\bullet \quad \frac{1}{1 - \varepsilon_1^2(\mu + 1)} = - \frac{1}{1 - \varepsilon_2^2(\mu + 1)}.$$

Desenvolvendo a expressão acima, encontra-se :

$$(\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2) = \frac{2}{(\mu + 1)},$$

$$\text{mas, } (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2) = 2 \frac{1 + \alpha^2(\mu + 1)}{2 + \mu(2 - C_i)}.$$

O valor de α que satisfaz esta igualdade será, portanto, a sintonia ótima (α_{ot}):

$$\alpha_{ot} = \sqrt{\frac{1 + \mu(1 - C_i)}{(\mu + 1)^2}} \quad (5.3).$$

Na figura 5.1 estão mostradas curvas de transmissibilidade para sintonia ótima para um caso particular de fatores do neutralizador.

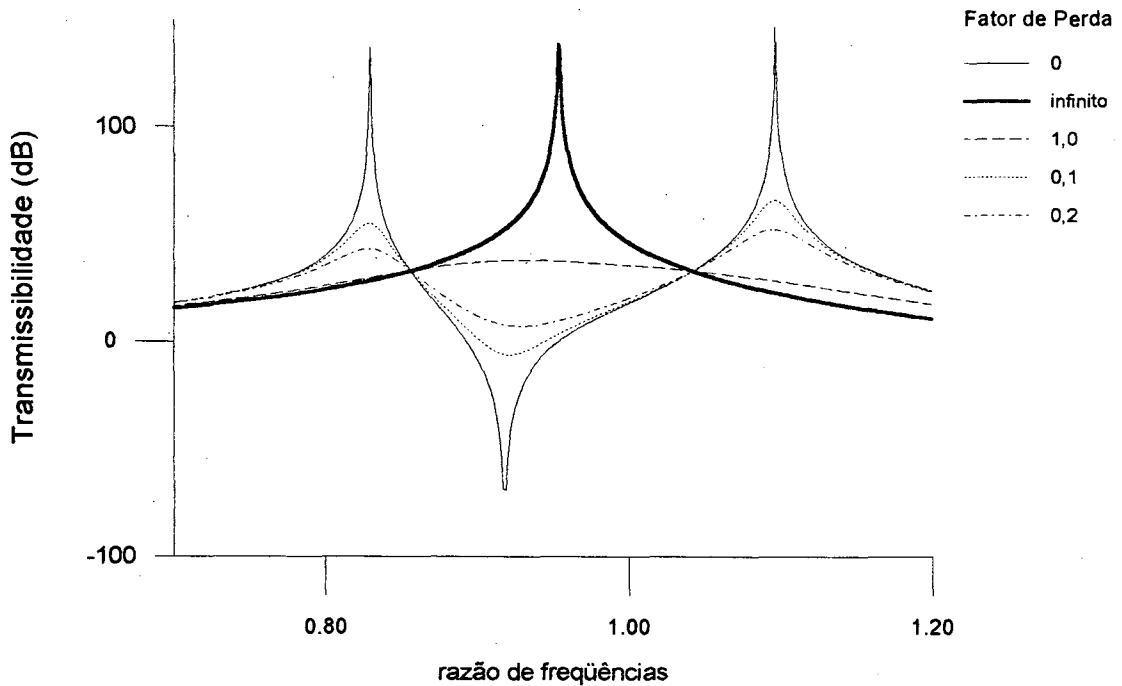


FIGURA 5.1 -Transmissibilidade com sintonia ótima do sistema composto para neutralizador com amortecimento sólido tipo I, $\mu = 0,1$; $C_k = 0,50$; $C_i = 0,80$ e diversos fatores de perda.

Observa-se que o valor de α_{ot} independe do valor adotado para o parâmetro de rigidez (C_k). A figura 5.2 demonstra a variação da sintonia ótima com o parâmetro de inércia (C_i) para diversos valores de relação de massas (μ).

É interessante notar que seu valor varia de $(\mu + 1)^{-1}$ para $C_i=0$ (inércia simplesmente rotacional), até $(\mu + 1)^{-\frac{1}{2}}$ para $C_i=1$ (massa puntual), o mesmo valor encontrado por Ormondroyd e Hartog [1] para o neutralizador clássico com amortecimento viscoso.

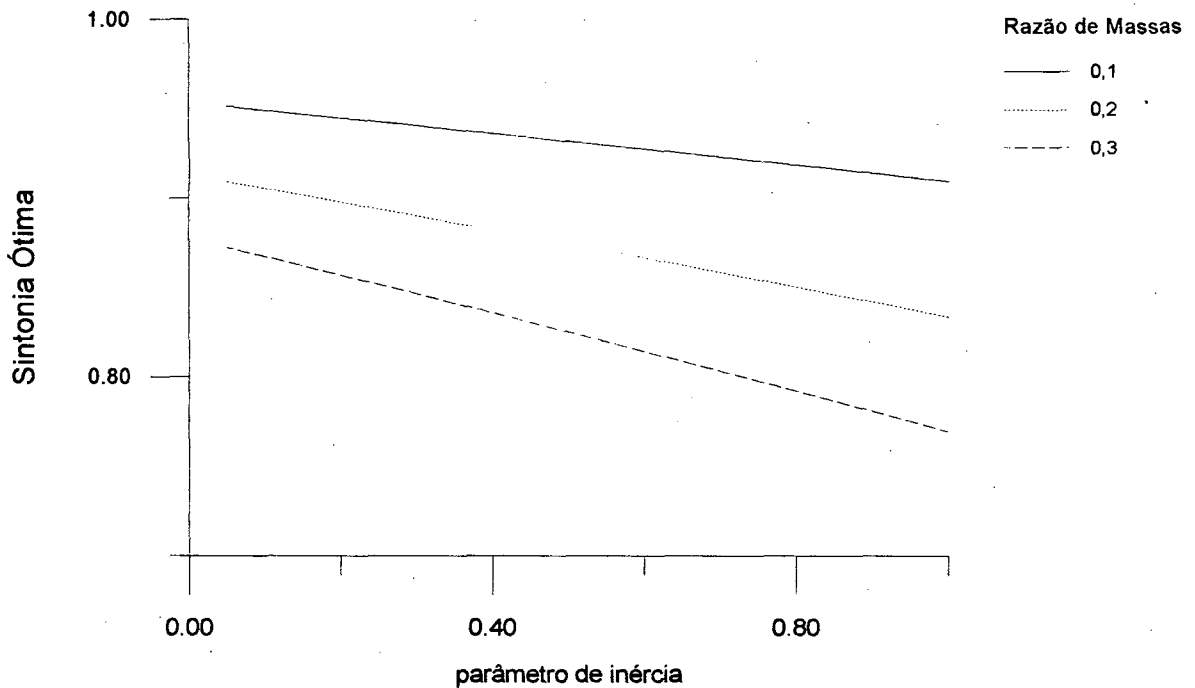


FIGURA 5.2 - Sintonia ótima em função do parâmetro de inércia (C_i) para diversos fatores de relação de massas (μ).

5.2) Fator de perda ótimo (η_{ot})

Da análise das curvas de transmissibilidade de sistemas com sintonização ótima, nota-se que essas são influenciadas pelo amortecimento do material da rótula. Nos estudos anteriores, Ormondroyd e Den Hartog [1], e também Snowdon[6], procuraram fazer com que o valor máximo da curva de transmissibilidade do sistema composto ocorresse o mais próximo dos pontos fixos. Isto é obtido através da derivação do valor da transmissibilidade em função do fator de perda e aplicando-se o teorema de máximos e mínimos. Processando-se desta maneira, a obtenção do fator de perda ótimo para o neutralizador tipo pendular torna-se muito complicado. Atualmente técnicas computacionais

permitem que este valor seja obtido de forma mais facilitada. Com a utilização de um computador tipo PC e um algoritmo simples, consegue-se em poucos segundos, a definição do valor ótimo através da iteração do valor máximo da transmissibilidade em uma dada faixa de frequência para um dado valor de amortecimento [10]. Variando-se o amortecimento e escolhendo-se aquele cuja transmissibilidade máxima seja o menor valor de todos os pesquisados, obtém-se então o valor ótimo.

Este algoritmo deverá seguir os seguintes passos :

1. Dados de entrada μ , C_k e C_i .
2. Cálculo de α_{ot} .
3. Cálculo de ε_1 e ε_2 .
4. Escolha de faixa de frequências cujo limite inferior seja abaixo de ε_1 e o limite superior acima de ε_2 .
5. Escolha de $\eta=0$.
6. Cálculo do ponto que atinge a maior transmissibilidade dentro do intervalo de frequências considerado.
7. Comparar o valor encontrado com o menor valor de transmissibilidade encontrado anteriormente. Se menor, guardar este valor como referência e o fator de perda como valor ótimo.
8. Dar pequeno acréscimo em η e retornar ao passo 6. Prosseguir até que η atinja um valor muito alto (por exemplo 5).

A figura 5.3 demonstra a comparação da curva de transmissibilidade ótima (sintonia e amortecimento ótimos) com outras curvas de diversos valores de amortecimento.

Os valores ótimos do fator de perda para diversos conjuntos de C_i e C_k para três valores diferentes de μ estão representados nas figuras 5.4, 5.5 e 5.6. Nota-se que o fator de perda ótimo assume grandes valores quando C_k decresce. O inverso acontece com a variação de C_i , ou seja, quanto menor o parâmetro de inércia, menor o fator de perda, sendo ligeiramente maior quanto maior a relação de massas (μ). Porém, é bastante improvável que materiais cujo módulo de elasticidade é constante com a frequência apresentem fatores de perda tão altos.

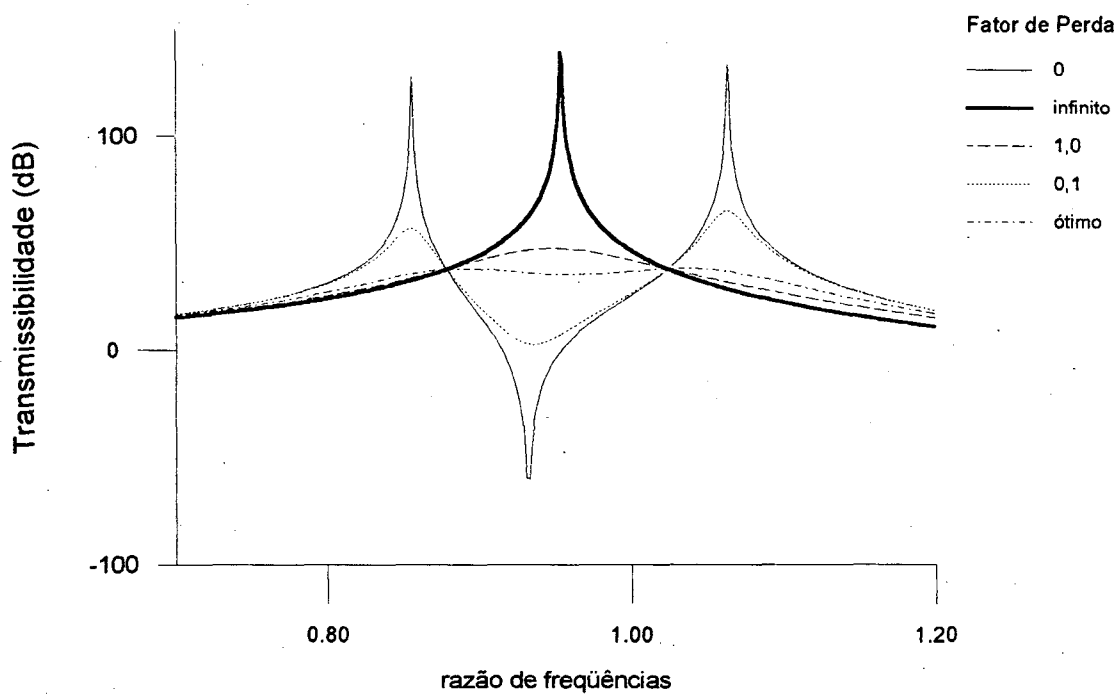


FIGURA 5.3 - Transmissibilidade com sintonia ótima do sistema composto para neutralizador com amortecimento sólido tipo I, $\mu = 0,1$; $C_k = 0,50$; $C_i = 0,50$ e diversos fatores de perda incluindo o fator de perda ótimo.

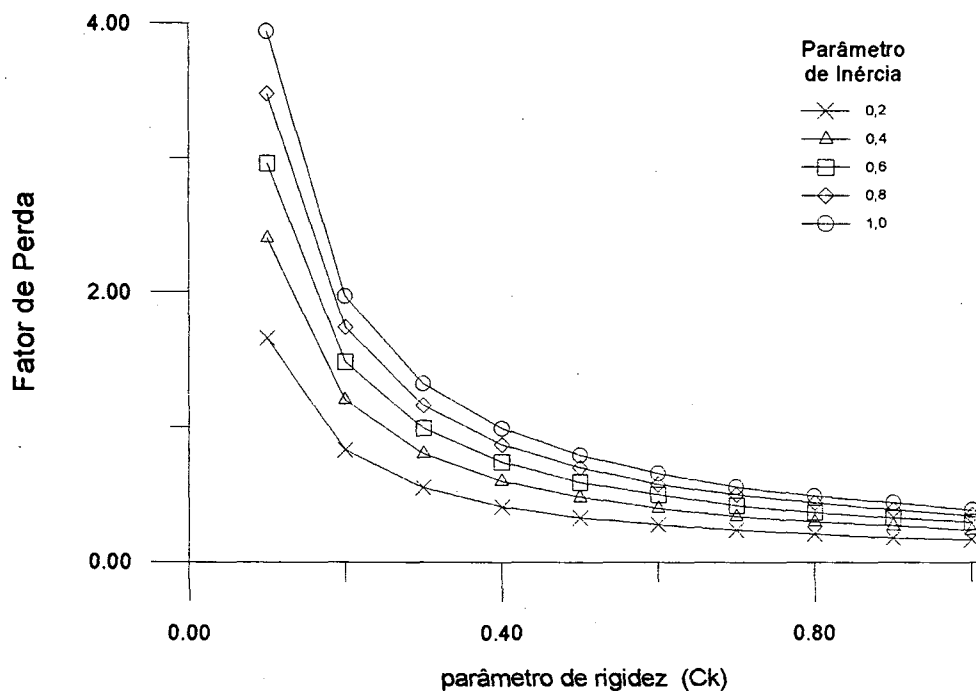


FIGURA 5.4 - Fator de perda ótimo quando $\mu = 0,1$ em função do parâmetro de rigidez para diversos valores do parâmetro de inércia.

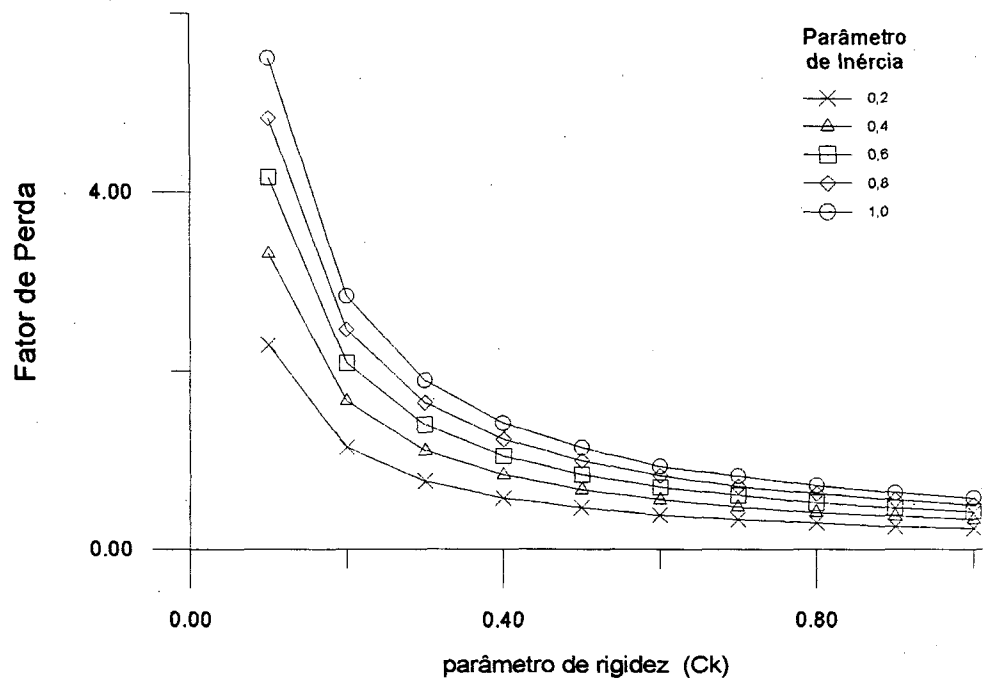


FIGURA 5.5 - Fator de perda ótimo quando $\mu = 0,2$ em função do parâmetro de rigidez para diversos valores do parâmetro de inércia.

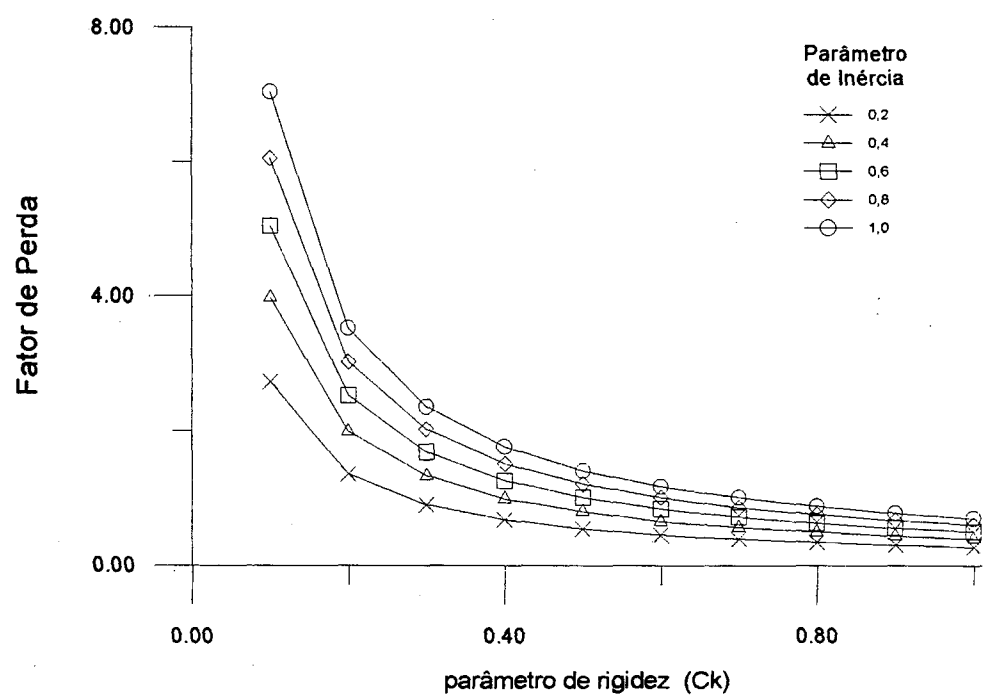


FIGURA 5.6 - Fator de perda ótimo quando $\mu = 0,3$ em função do parâmetro de rigidez para diversos valores do parâmetro de inércia.

CAPÍTULO 6

Otimização do neutralizador pendular com amortecimento sólido tipo II

6.1) Sintonia ótima (α_{ot})

As curvas de transmissibilidade do sistema composto segundo a hipótese do amortecimento sólido tipo II para diversos fatores de perda do material para um dado conjunto de valores de μ , C_k e C_i , passam por dois pontos fixos independentes do fator de perda, a exemplo do verificado para neutralizadores pendulares que utilizam material viscoelástico de amortecimento sólido tipo I. Isto vem ajudar na otimização, já que se pode novamente igualar as alturas destes dois pontos e assim garantir uma maior eficiência do neutralizador.

Utilizando novamente as curvas de amortecimento nulo e tendendo ao infinito, de (4.13), (4.14) e (4.14), obtém-se:

$$T_0 = T(\varepsilon, \eta = 0) = \left| \frac{\alpha' \varepsilon C_k' + \alpha'^2 (1 - C_k') - \varepsilon^2}{[\alpha' \varepsilon C_k' + \alpha'^2 (1 - C_k') - \varepsilon^2](1 - \varepsilon^2) - \varepsilon^2 \mu [\varepsilon^2 (C_i - 1) + \varepsilon \alpha' C_k' + \alpha'^2 (1 - C_k')]} \right| \quad (6.1).$$

$$T_\infty = T(\varepsilon, \eta = \infty) = \lim_{\eta \rightarrow \infty} \left| \frac{\eta^2 \varepsilon^2 \alpha'^2 C_k'^2}{\eta^2 \varepsilon^2 \alpha'^2 C_k'^2 [1 - \varepsilon^2 (\mu + 1)] + i \alpha' \varepsilon^5 \eta \mu C_k' C_i} \right| \Rightarrow T_\infty = \left| \frac{1}{1 - \varepsilon^2 (\mu + 1)} \right| \quad (6.2).$$

Como as transmissibilidades descritas acima estão expressas como valores de módulo, a igualdade deverá ser analisada sob duas hipóteses :

$$a) \frac{\alpha' \varepsilon C_k' + \alpha'^2 (1 - C_k') - \varepsilon^2}{[\alpha' \varepsilon C_k' + \alpha'^2 (1 - C_k') - \varepsilon^2](1 - \varepsilon^2) - \varepsilon^2 \mu [\varepsilon^2 (C_i - 1) + \varepsilon \alpha' C_k' + \alpha'^2 (1 - C_k')]} = \frac{1}{1 - \varepsilon^2 (\mu + 1)}.$$

Esta expressão só terá solução quando $\varepsilon = 0$.

$$b) \frac{\alpha' \varepsilon C_k' + \alpha'^2 (1 - C_k') - \varepsilon^2}{[\alpha' \varepsilon C_k' + \alpha'^2 (1 - C_k') - \varepsilon^2](1 - \varepsilon^2) - \varepsilon^2 \mu [\varepsilon^2 (C_i - 1) + \varepsilon \alpha' C_k' + \alpha'^2 (1 - C_k')]} = - \frac{1}{1 - \varepsilon^2 (\mu + 1)}.$$

Desenvolvendo a expressão acima :

$$\begin{aligned}
& [\alpha' \epsilon C_k' + \alpha'^2 (1 - C_k') - \epsilon^2] (1 - \epsilon^2) - \epsilon^2 \mu [\epsilon^2 (C_i - 1) + \epsilon \alpha' C_k' \alpha'^2 (1 - C_k')] = \\
& \quad = [\alpha' \epsilon C_k' + \alpha'^2 (1 - C_k') - \epsilon^2] [\epsilon^2 (\mu + 1) - 1] \Rightarrow \\
& \Rightarrow \epsilon^4 [2 + \mu(2 - C_i)] - 2\epsilon^3 \alpha' C_k' (\mu + 1) - 2\epsilon^2 [1 + \alpha'^2 (\mu + 1)(1 - C_k')] + 2\epsilon \alpha' C_k' + 2\alpha'^2 (1 - C_k') = 0 \quad (6.3).
\end{aligned}$$

Esta equação é de quarto grau, porém não é bi-quadrática. Somente por sua fórmula, não é possível afirmar que ela possui apenas 2 raízes reais positivas. Da observação das curvas de transmissibilidade, infere-se que, para diversos valores de μ , C_i e C_k existirão raízes reais positivas. A solução analítica desta equação é demasiado laboriosa, mas, através de técnicas computacionais, os valores das raízes são facilmente obtidos. Atualmente existem inúmeros algoritmos simples de resolução de equações para que este cálculo seja processado rapidamente.

Para determinar-se o valor da sintonia ótima (α_{ot}), primeiramente estima-se um valor de uma faixa de razão de frequências, por exemplo de 0,7 a 1,0. Deve-se então, procurar a diferença de alturas dos pontos de intersecção entre as curvas de amortecimento nulo e amortecimento infinito para cada valor de α . Para isto, extraem-se os valores das raízes reais positivas da equação descrita em (6.3), calcula-se a transmissibilidade da curva quando o amortecimento é nulo para as duas raízes e processa-se a diferença entre elas. Por um processo de aproximações sucessivas, atinge-se o valor de α que satisfaz a condição desejada. Este valor é então a sintonia ótima.

Desta feita, o valor ótimo da sintonia para materiais com amortecimento sólido tipo II sofre influência não só pelos fatores μ e C_i , mas também pelo fator C_k . Este aproxima-se do valor encontrado para a sintonia ótima de materiais com amortecimento sólido tipo I quando C_k tende a zero, e decresce com seu aumento. As figuras 6.1, 6.2 e 6.3 exemplificam a variação do valor de sintonia ótima para alguns casos de μ e C_i .

Nota-se que as curvas de sintonia ótima para materiais com amortecimento sólido tipo II têm inclinações maiores quanto maior for o valor da relação de massas (μ).

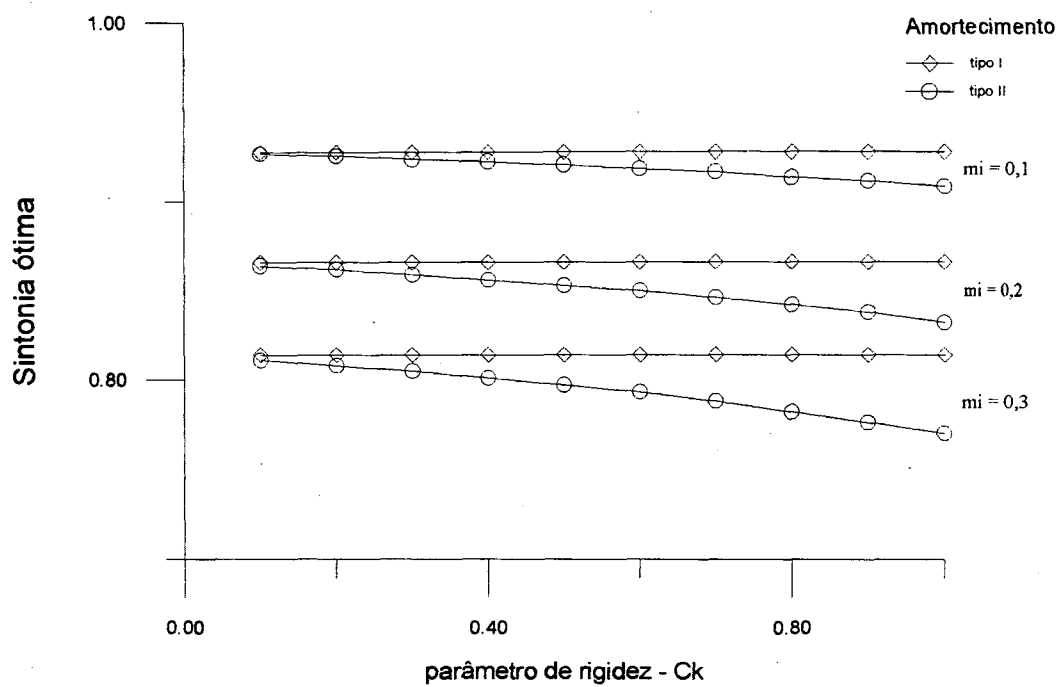


FIGURA 6.1 - Valores da sintonia ótima (α_{ot}) em função do parâmetro de rigidez para $C_i = 0,60$ e diversos valores de relação de massas.

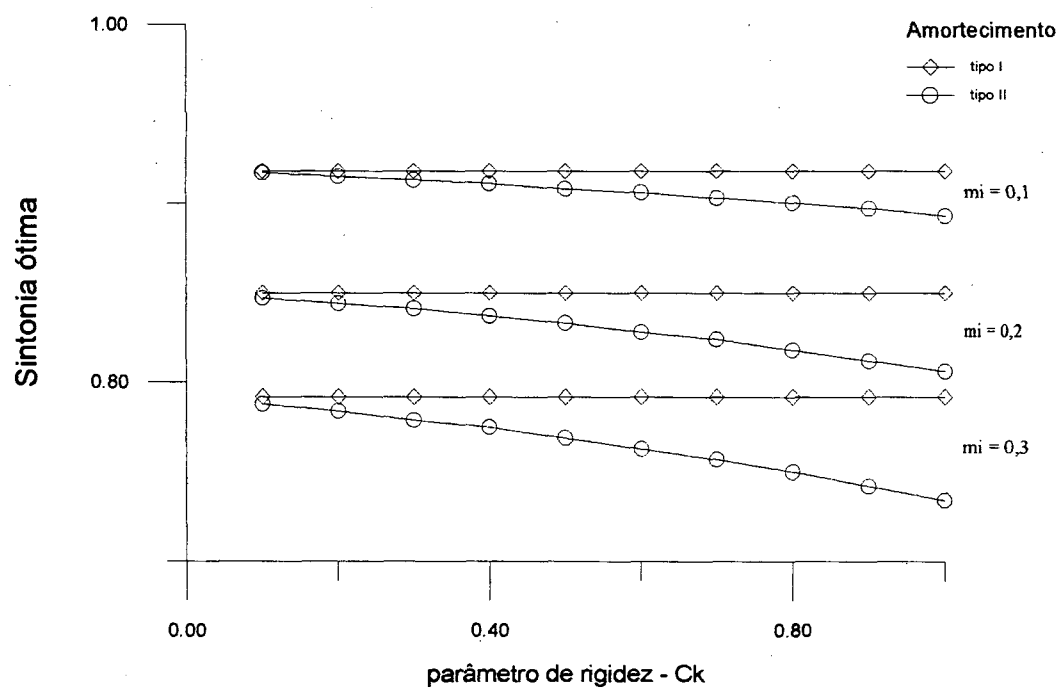


FIGURA 6.2 - Valores da sintonia ótima (α_{ot}) em função do parâmetro de rigidez para $C_i = 0,80$ e diversos valores de relação de massas.

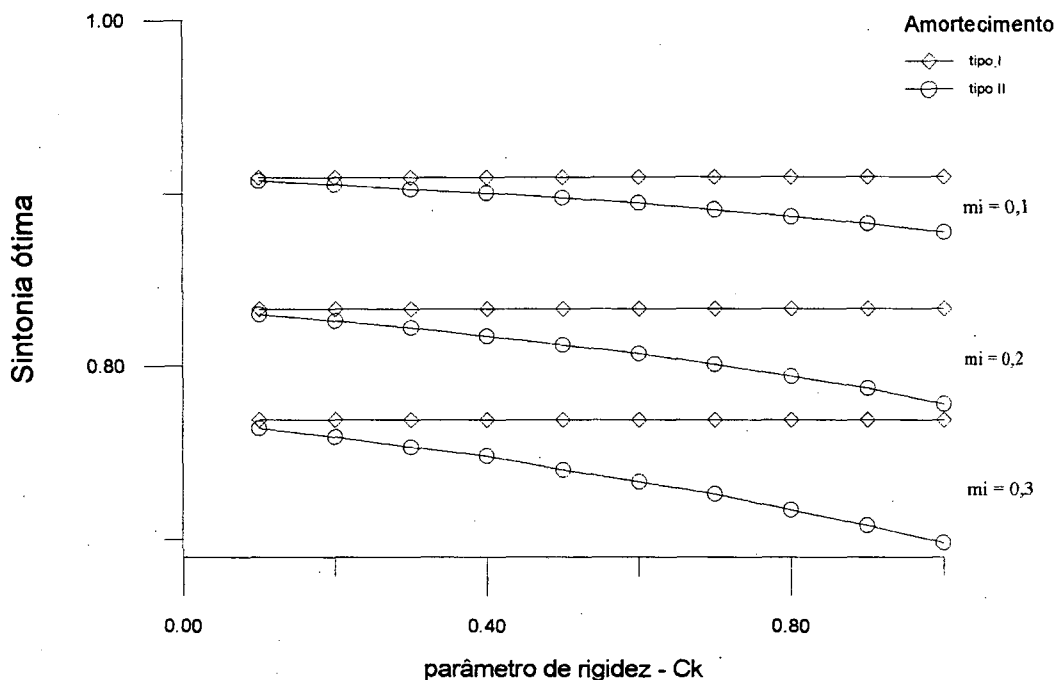


FIGURA 6.3 - Valores da sintonia ótima (α_{ot}) em função do parâmetro de rigidez para $C_i = 1,0$ e diversos valores de relação de massas.

6.2) Fator de perda ótimo (η_{ot})

O cálculo do fator de perda ótimo para neutralizadores pendulares que empregam materiais com amortecimento tipo sólido II será processado de maneira idêntica ao realizado no capítulo 5. O algoritmo deverá seguir os mesmos passos descritos anteriormente, cuidando somente da determinação do valor da sintonia ótima, agora não mais analítica, mas de maneira computacional.

Este algoritmo deverá seguir os seguintes passos :

1. Dados de entrada μ , C_k e C_i .
2. Cálculo de α_{ot} . Este valor deverá ser obtido por iterações sucessivas, como descrito anteriormente no presente capítulo.
3. Cálculo de ε_1 e ε_2 .
4. Escolha de faixa de frequências cujo limite inferior seja abaixo de ε_1 e o limite superior acima de ε_2 .
5. Escolha de $\eta = 0$.

6. Cálculo do ponto que atinge a maior transmissibilidade dentro do intervalo de frequências considerado.

7. Comparar o valor encontrado com o menor valor de transmissibilidade encontrado anteriormente. Se menor guardar este valor como referência e o amortecimento como valor ótimo.

8. Dar pequenos acréscimos em η e retornar ao passo 6. Prosseguir até que η atinja um valor muito alto (por exemplo 5).

Os valores para o amortecimento ótimo para diversos valores de μ , C_k e C_i estão descritos nas figuras 6.4, 6.5 e 6.6.

É interessante notar que a curva de amortecimento ótimo tem a mesma característica demonstrada para materiais de amortecimento sólido tipo I, ou seja, exponencial decrescente. Porém, os valores encontrados são ligeiramente menores que os do capítulo 5.

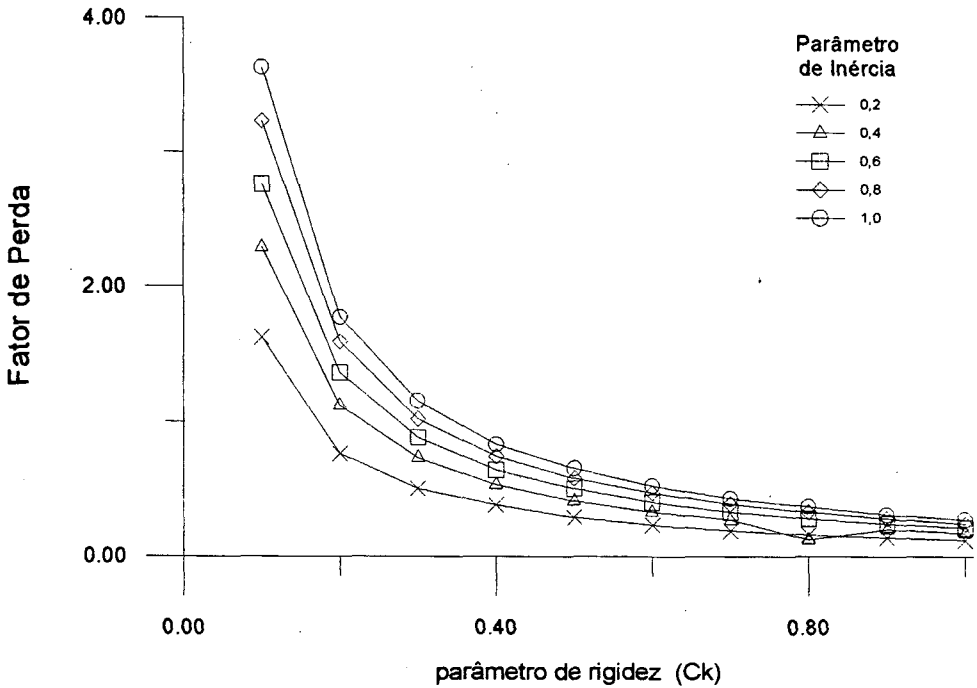


FIGURA 6.4 - Valores ótimos do fator de perda (η_{ot}) para amortecimento sólido tipo II em função do parâmetro de rigidez para $\mu= 0,1$ e diversos valores do parâmetro de inércia.

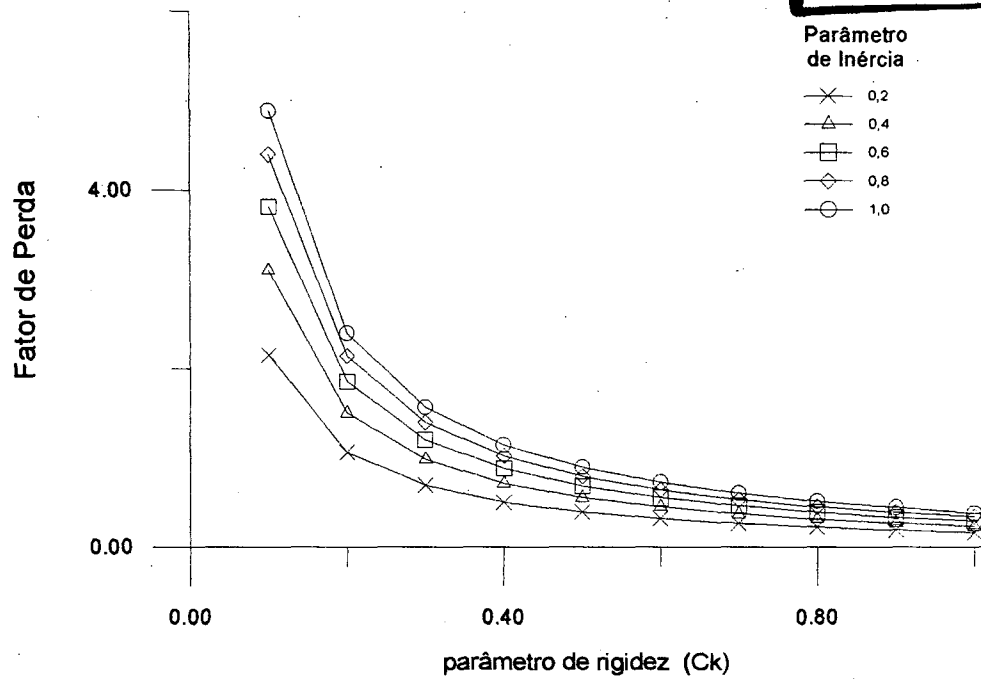


FIGURA 6.5 - Valores ótimos do fator de perda (η_{ot}) de amortecimento sólido tipo II em função do parâmetro de rigidez para $\mu = 0,2$ e diversos valores do parâmetro de inércia.

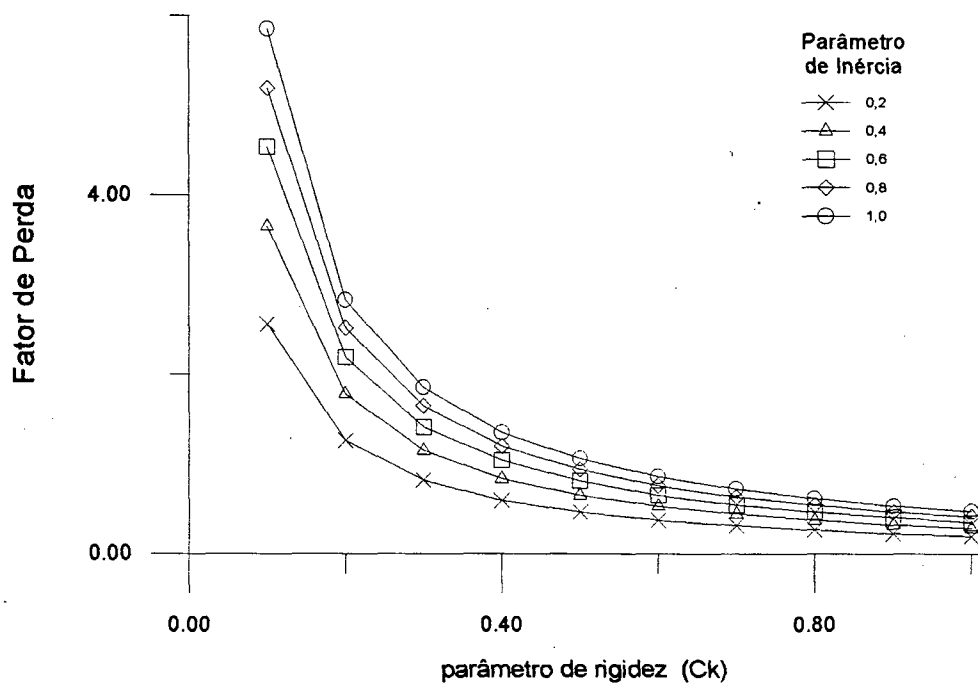


FIGURA 6.6 - Valores ótimos do fator de perda (η_{ot}) de amortecimento sólido tipo II em função do parâmetro de rigidez para $\mu = 0,3$ e diversos valores do parâmetro de inércia.

6.3) Comparação entre amortecimento sólido tipo I e sólido tipo II

Da observação de diversas curvas ótimas de transmissibilidade, pode-se concluir que, neutralizadores que utilizam em seu projeto materiais cujo comportamento dinâmico segue a teoria do amortecimento sólido tipo II, mantidos os valores para μ , C_i e C_k , são mais eficazes. Ou seja, o ganho máximo do sistema é inferior ao dos que utilizam materiais com amortecimento sólido tipo I. Isto é exemplificado nas figuras 6.7, 6.8 e 6.9, traçadas para valores ótimos de sintonia e fator de perda e diversos valores de μ , C_i e C_k . Verifica-se que esta maior eficiência varia com os valores dos parâmetros de inércia e de rigidez e relação de massas.

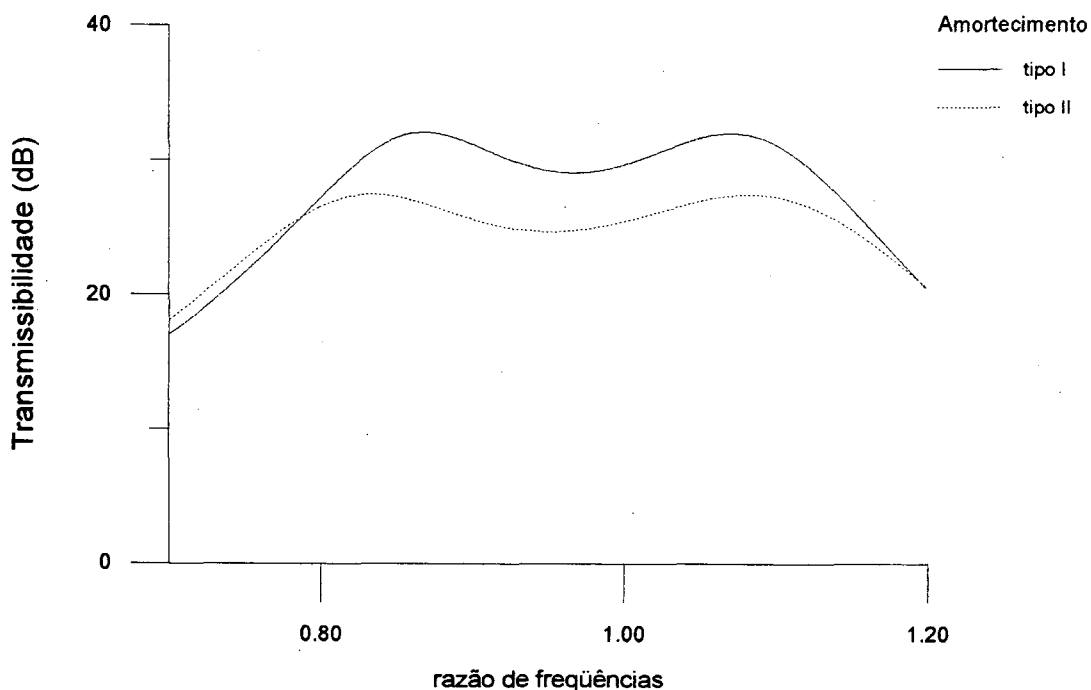


FIGURA 6.7 - Comparação entre curvas de transmissibilidades ótimas para $\mu = 0,1$; $C_k = 0,70$; $C_i = 0,90$ e amortecimento sólido tipo I e sólido tipo II.

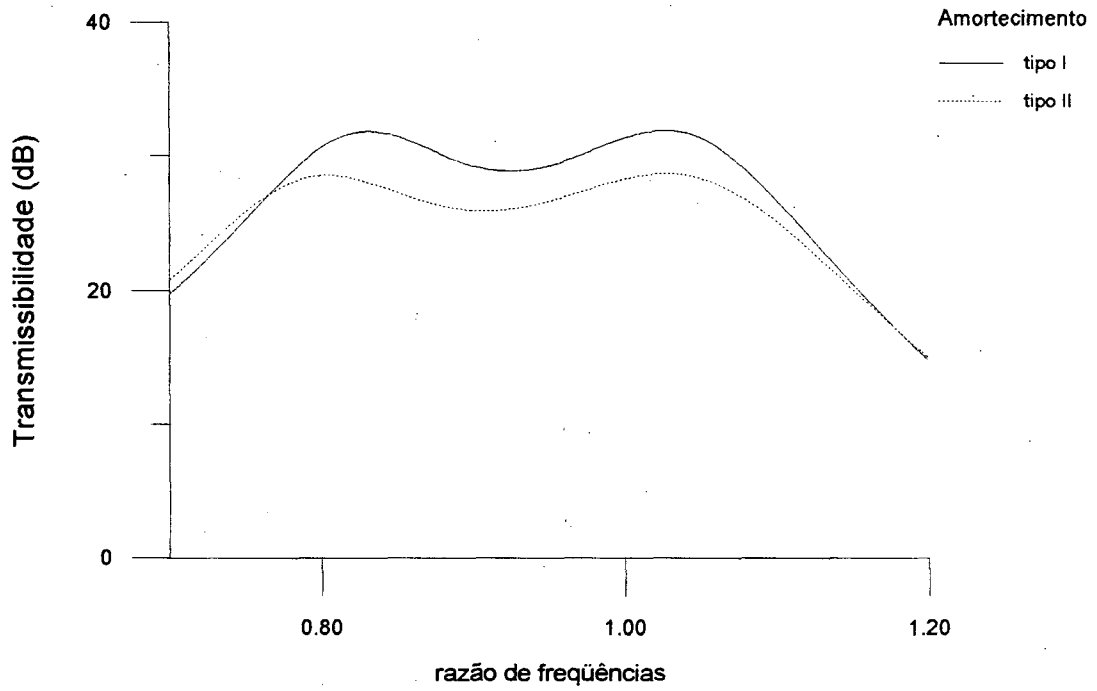


FIGURA 6.8 - Comparação entre curvas de transmissibilidades ótimas para $\mu = 0,2$; $C_k = 0,50$; $C_i = 0,50$ e amortecimento sólido tipo I e sólido tipo II.

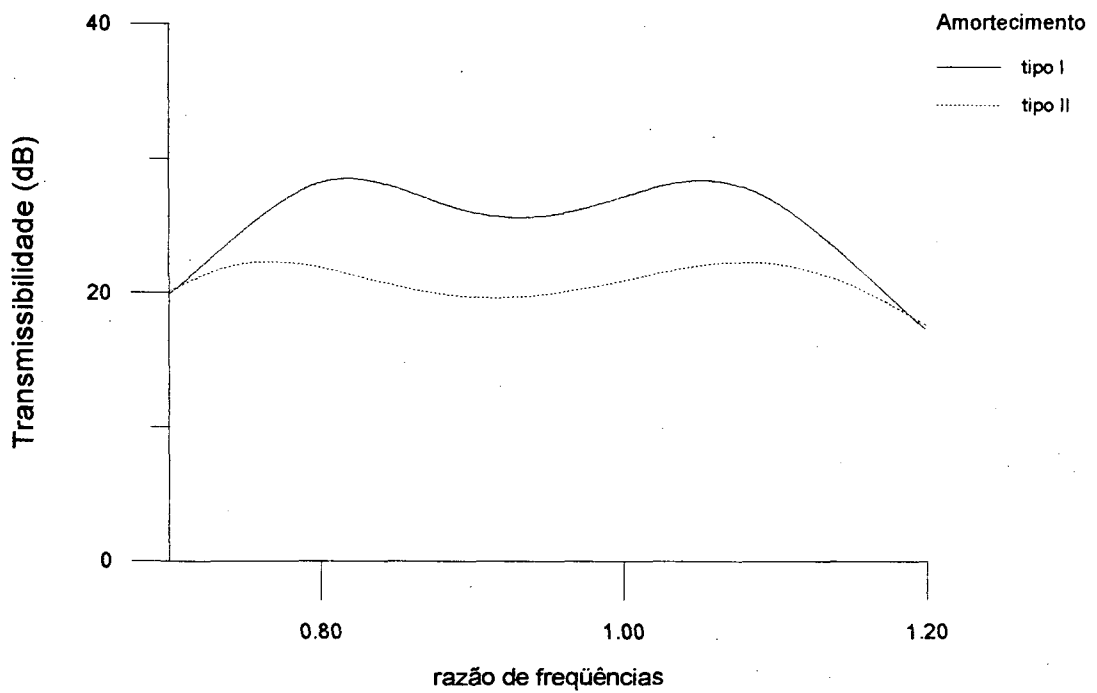


FIGURA 6.9 - Comparação entre curvas de transmissibilidades ótimas para $\mu = 0,2$; $C_k = 0,90$; $C_i = 0,70$ e amortecimento sólido tipo I e sólido tipo II.

CAPÍTULO 7

Outros Parâmetros

7.1) Relação de Massas (μ)

No caso de aplicação do neutralizador a um sistema com 1 grau de liberdade, o símbolo μ significa a razão entre a massa do pêndulo e a massa do sistema primário [01], [06]. Para sistemas complexos, o símbolo representa a proporção da participação da massa do pêndulo na massa modal do modo em análise, cujo deslocamento deseja-se controlar [12]. A quantidade e posição dos neutralizadores, bem como sua massa, determinam o fator μ a ser empregado no projeto do neutralizador. Sua expressão é [09] :

$$\mu_j = \sum_{n=1}^p m_n \phi_{nj}^2 \quad (7.1).$$

Onde :

μ_j é a relação de massas do j-ésimo modo do sistema complexo;

m_n é a massa do pêndulo do neutralizador fixado na n-ésima coordenada generalizada;

ϕ_{nj} é o autovalor ortonormalizado do j-ésimo modo da n-ésima coordenada generalizada;

p é a quantidade de neutralizadores.

O valor da relação de massas é de escolha do projetista. Via de regra, seu valor situa-se entre 0,05 e 0,20, ou seja, as massas do pêndulo correspondem entre 5 a 20 % da massa modal.

Assim como nos estudos anteriores [01], [06], quanto maior seu valor, maior o controle exercido sobre o sistema. Isto está exemplificado na figura 7.1 onde estão traçadas as curvas da transmissibilidade para sintonia e fator de amortecimento ótimo com diversas relações de massas.

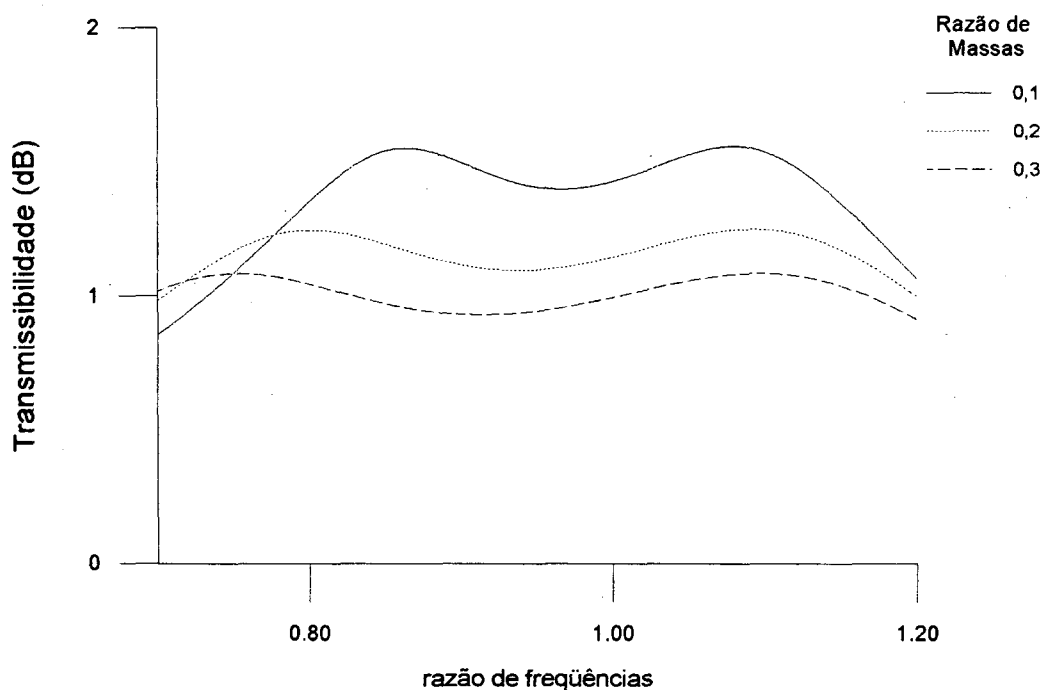


FIGURA 7.1 - Transmissibilidade do sistema composto para sintonia e fator de perda ótimos com $C_k = 0,70$, $C_i = 1,0$ e diversas relações de massas.

7.2) Parâmetro de inércia (C_i)

O parâmetro C_i representa a proporção da inércia do pêndulo na composição da inércia total, composta da própria inércia do pêndulo (ml^2) e o segundo momento de massa do pêndulo (I_g). Seu valor varia entre 0 (inércia simplesmente rotacional distribuída em relação ao centro da rótula) e 1 (massa puntual).

Pode-se, entretanto, demonstrar que o parâmetro de inércia (C_i), para materiais homogêneos de massa específica constante, guarda relação com a forma construtiva do pêndulo. Isto é de fundamental valia para o projeto do neutralizador.

Supondo-se que o pêndulo tenha por construção a área da seção transversal à haste uma proporcionalidade a uma certa potência do comprimento:

$$\text{Então } A = Kx^n.$$

Sendo ρ = massa específica.

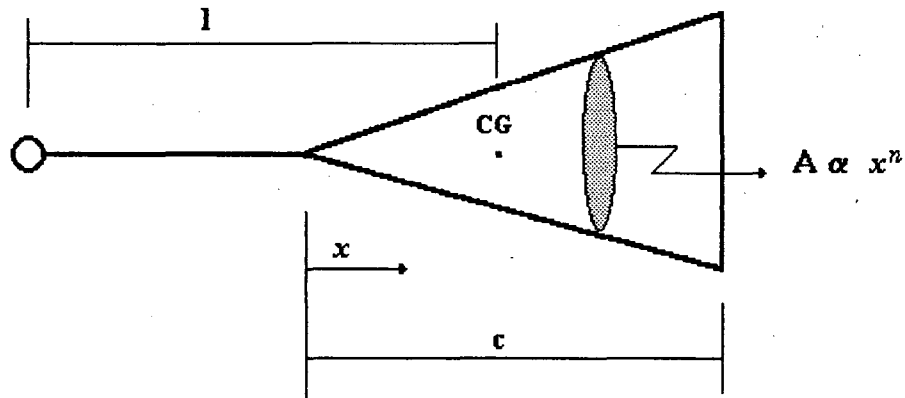


FIGURA 7.2 - Representação esquemática do neutralizador pendular.

a) massa (m) :

$$m = \int dm = \int \rho dV = \rho A dx = \int_0^c \rho K x^n dx \Rightarrow m = \rho K \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_0^c \Rightarrow m = \frac{\rho K c^{n+1}}{n+1}.$$

b) centro de gravidade (x_c) :

$$\int_0^c (x - x_c) dm = \int_0^c (x - x_c) \rho A dx = \int_0^c (x - x_c) \rho K x^n dx = 0.$$

$$\int_0^c x \rho K x^n dx = \int_0^c x_c \rho K x^n dx \Rightarrow x_c = \frac{\int_0^c x^{n+1} \rho K dx}{m} = \frac{\rho K}{m} \frac{x^{n+2}}{n+1} \Big|_0^c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_c = \frac{\rho K}{\frac{\rho K c^{n+1}}{n+1}} \frac{c^{n+2}}{n+1} \Rightarrow x_c = \frac{(n+1)c}{n+2}.$$

c) momento de inércia (I_g) :

Seja I_g o segundo momento de massa do pêndulo em relação ao centro de gravidade e I_g' em relação ao ponto de união do pêndulo com a haste.

Do teorema dos eixos paralelos :

$$I_g = I_g' - m x_c^2.$$

$$I_g' = \int_0^c x^2 dm = \int_0^c x^2 \rho K x^n dx = \rho K \int_0^c x^{n+2} dx = \rho K \left(\frac{x^{n+3}}{n+3} \right) \Big|_0^c \Rightarrow I_g' = \frac{\rho K c^{n+3}}{n+3}.$$

Logo :

$$I_g = \frac{\rho K c^{n+3}}{n+3} - \frac{\rho K c^{n+1}}{n+1} \left[\frac{(n+1)c}{n+2} \right]^2 = \frac{\rho K c^{n+3}}{n+3} - \frac{\rho K (n+1) c^{n+3}}{(n+2)^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_g = \rho K c^{n+3} \left[\frac{(n+2)^2 - (n+1)(n+3)}{(n+3)(n+2)^2} \right] \Rightarrow I_g = \frac{\rho K c^{n+3}}{(n+3)(n+2)^2}$$

d) Relacionando as expressões encontradas anteriormente :

$$C_i = \frac{m l^2}{m l^2 + I_g} = \frac{1}{1 + \frac{I_g}{m l^2}}$$

$$\frac{I_g}{m l^2} = \frac{\frac{\rho K c^{n+3}}{(n+3)(n+2)^2}}{\frac{\rho K c^{n+1}}{(n+1)} l^2} = \frac{c^2}{l^2} \frac{n+1}{(n+3)(n+2)^2} \Rightarrow C_i = \frac{1}{1 + \frac{c^2}{l^2} \frac{(n+1)}{(n+3)(n+2)^2}} \quad (7.2).$$

$$n=0 \text{ (Seção constante)} \quad C_i = \frac{1}{1 + \frac{(c/l)^2}{12}} \quad (7.3).$$

$$n=1 \text{ (Seção triangular)} \quad C_i = \frac{1}{1 + \frac{(c/l)^2}{18}} \quad (7.4).$$

$$n=2 \text{ (Pêndulo cônico)} \quad C_i = \frac{1}{1 + \frac{3(c/l)^2}{80}} \quad (7.5).$$

d.1) Pêndulo esférico de raio r :

$$I_g = \frac{2mr^2}{5} \Rightarrow \frac{I_g}{m l^2} = \frac{2r^2}{5l^2} \quad \therefore \quad C_i = \frac{1}{1 + \frac{2r^2}{5l^2}} \Rightarrow C_i = \frac{1}{1 + \frac{(c/l)^2}{10}} \quad (7.6).$$

As fórmulas (7.3), (7.4), (7.5) e (7.6) estão escritas para diversas configurações da massa do pêndulo. Na figura 7.3 estão descritas curvas de valores do parâmetro de inércia em função da relação c/l para diversas configurações da massa do pêndulo.

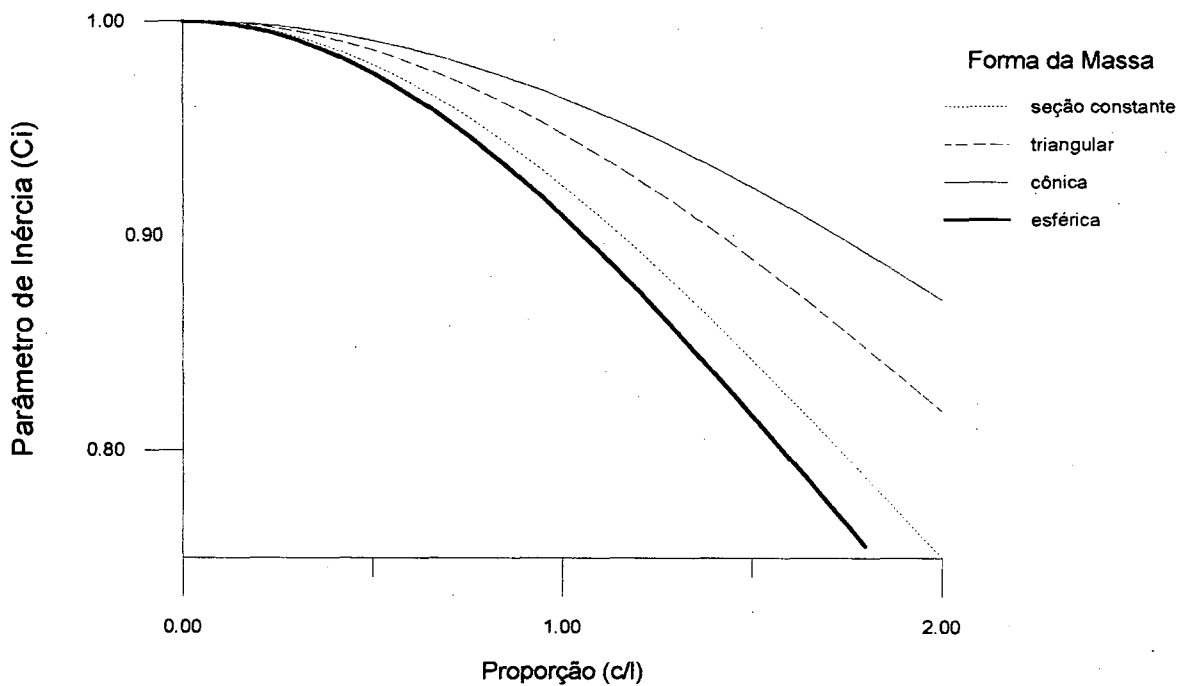


FIGURA 7.3 - Parâmetro de inércia (C_i) em função da razão entre o comprimento longitudinal da massa (c) e a distância entre o centro da rótula e o centro de gravidade da massa (l) para massas de seção transversal constante, triangular; cônica e esférica.

Como demonstrado, para que se alcance valores de C_i abaixo de 0,9 é necessário que a dimensão da massa do pêndulo seja próxima ou maior que a distância do centro de gravidade da massa até o centro da rótula.

Através das figuras 7.4 e 7.5 traçadas para valores ótimos de sintonia e amortecimento, pode-se confirmar que quanto maior for C_i , mais eficiente será o neutralizador.

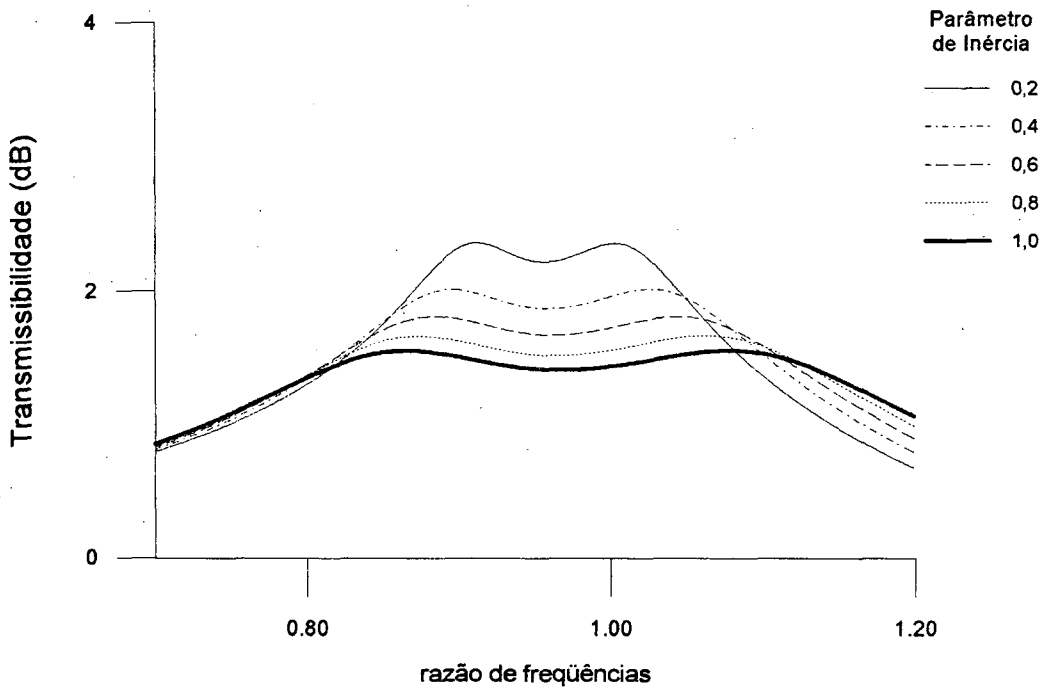


FIGURA 7.4- Transmissibilidade do sistema composto para sintonia e fator de perda ótimos para materiais de amortecimento sólido tipo I, com $\mu = 0,1$ e $C_k = 0,6$ e diversos parâmetros de inércia.

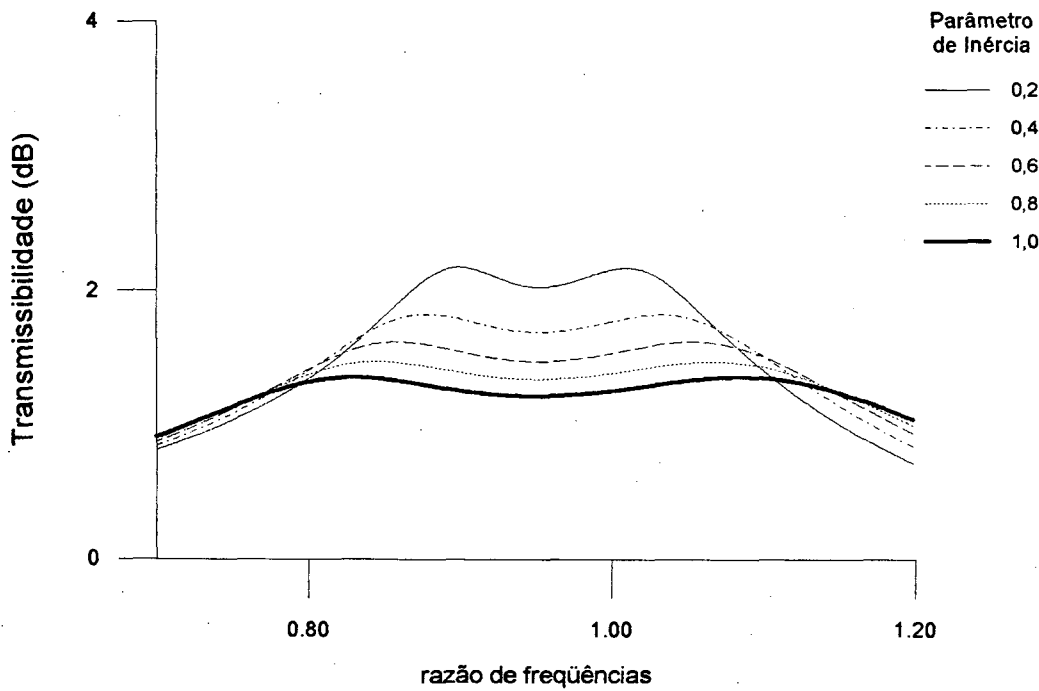


FIGURA 7.5- Transmissibilidade do sistema composto para sintonia e fator de perda ótimos para materiais de amortecimento sólido tipo II, com $\mu = 0,1$ e $C_k = 0,6$ e diversos parâmetros de inércia.

7.3) Parâmetro de rigidez (Ck)

Representa a parcela da rigidez da rótula na composição da rigidez total, ou seja, a rigidez da rótula (K_θ) mais a rigidez do pêndulo ($mg l$). Seu valor varia entre 0 (rótula totalmente flexível) e 1 (rótula totalmente rígida) e guarda relação com o parâmetro de inércia (C_i) e com a frequência natural do pêndulo (ω_a).

Nos capítulos 2 e 3, estes foram definidos como :

$$C_i = \frac{ml^2}{ml^2 + I_g} = \frac{ml^2}{I_o}$$

$$C_k = \frac{K_\theta}{K_\theta + mg l} \Rightarrow (1 - C_k) = \frac{mg l}{K_\theta + mg l}$$

$$\omega_a^2 = \frac{K_\theta + mg l}{I_o}$$

Mas,

$$\omega_a^2 = \frac{K_\theta + mg l}{I_o} = \frac{\frac{ml^2}{I_o}}{\frac{mg l}{K_\theta + mg l}} \therefore \omega_a^2 = \frac{C_i}{(1 - C_k)} \frac{g}{l} \quad (7.7).$$

Como dado de projeto, a frequência natural do neutralizador é obtida da frequência natural do sistema primário e da sintonia ótima, isto é, da razão entre as frequências naturais do neutralizador e do sistema primário (ω_a) que faz com que a curva de transmissibilidade possua alturas iguais nos pontos fixos.

Relembrando do capítulo 4 a definição da relação de frequências naturais (α), pode-se introduzir o termo na equação encontrada :

$$\alpha = \frac{\omega_a}{\omega_o} \Rightarrow \omega_a = \alpha \omega_o = 2\pi \alpha f_o$$

$$\alpha^2 \omega_o^2 = \frac{C_i}{(1 - C_k)} \frac{g}{l} \Rightarrow \frac{C_i}{1 - C_k} = \frac{\alpha^2 \omega_o^2 l}{g} = \frac{4\pi^2 \alpha^2 f_o^2 l}{g} \quad (7.8).$$

Onde f_o é a frequência natural do sistema primário em hertz.

Logo o parâmetro C_k será determinado pela escolha das dimensões físicas do neutralizador (l) e o parâmetro de inércia (C_i) adotado de projeto, pois a frequência natural do sistema primário é dado inicial de projeto e não pode ser alterado. A figura 7.6 demonstra a relação entre C_i , C_k e l na determinação da frequência natural do neutralizador.

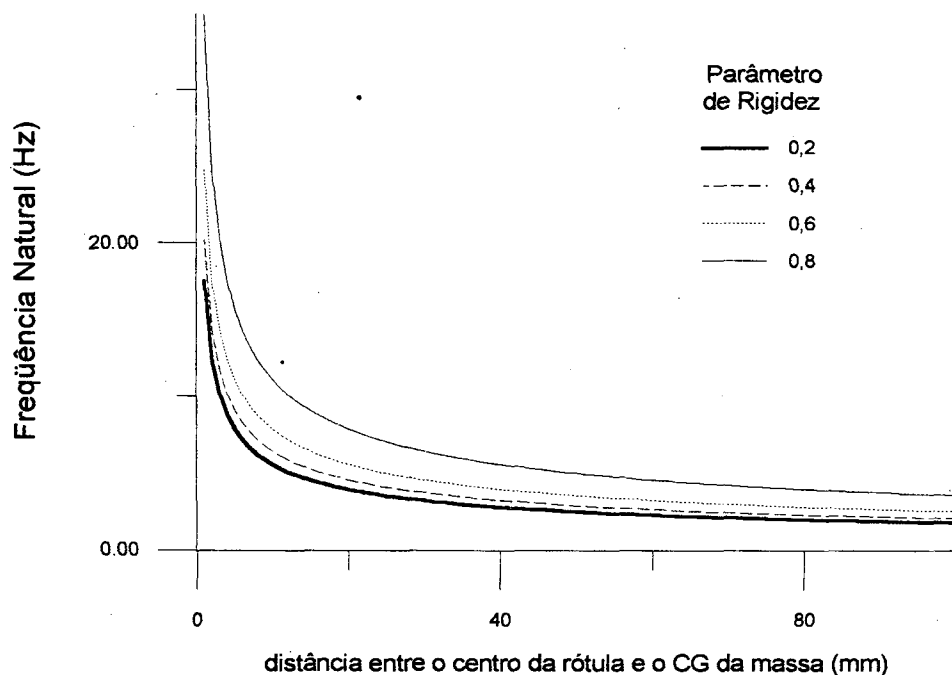


FIGURA 7.6 - Frequência natural do neutralizador em função de alguns valores do parâmetro de rigidez (C_k) e da distância entre o centro da rótula e o centro de gravidade da massa para $C_i = 0,98$.

O parâmetro C_k tem pouca influência no comportamento das curvas ótimas de transmissibilidade. Isto é explicado nas figuras 7.7 e 7.8. Estas foram traçadas para um determinado valor do parâmetro de inércia (C_i) e valores ótimos de sintonia e fator de perda para materiais com comportamento viscoelástico de amortecimento sólido tipo I e II.

Nota-se que para materiais com amortecimento sólido tipo II, quanto maior for C_k mais suave é a curva de transmissibilidade.

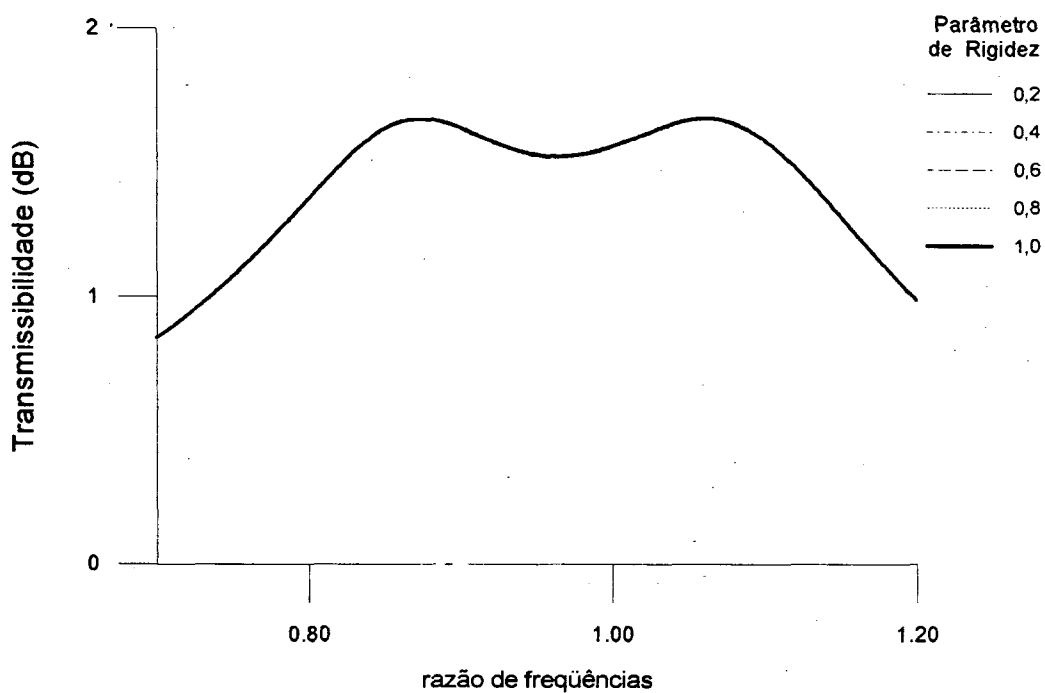


FIGURA 7.7 - Transmissibilidade do sistema composto para sintonia e fator de perda ótimos de materiais com amortecimento sólido tipo I, com $\mu = 0,1$ e $C_i = 0,8$ e diversos parâmetros de rigidez.

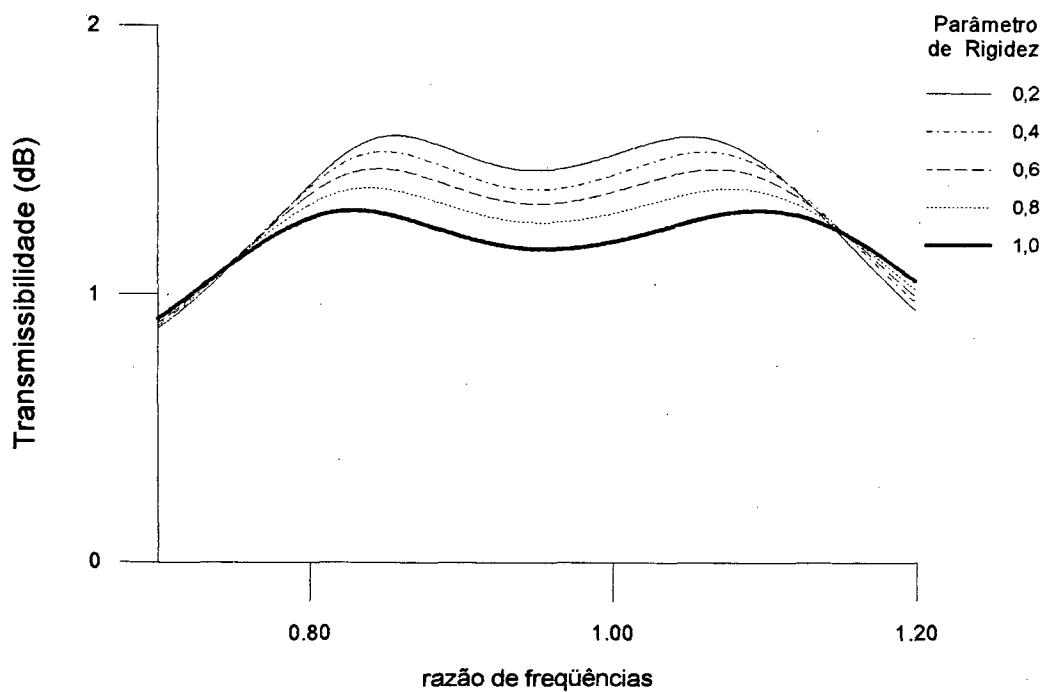


FIGURA 7.8 - Transmissibilidade do sistema composto para sintonia e fator de perda ótimos de materiais com amortecimento sólido tipo II, com $\mu = 0,1$ e $C_i = 0,8$ e diversos parâmetros de rigidez.

CAPÍTULO 8

Exemplo de Aplicação da Teoria

O neutralizador tipo pendular tem como objetivo controlar vibrações em sistemas com baixas frequências de ressonância. Como prédios industriais de estrutura metálica possuem, por suas características, seus primeiros modos em baixas frequências, decidiu-se elaborar um experimento, fabricando-se um modelo reduzido de prédio industrial e aplicando-se a ele neutralizadores pendulares. O projeto do modelo foi inspirado em um caso real, onde um prédio industrial que acondicionava computadores de processo estava sujeito a uma forte excitação de um britador de minério.

8.1) Projeto do modelo

O modelo deveria ser de tamanho e massa limitados para ser fabricado nas oficinas da USIMINAS e posteriormente transportado a Florianópolis. Utilizando-se de programas de elementos finitos, foi projetado um modelo assimétrico (figura 8.1) com as seguintes dimensões :

comprimento : 1200 mm;

largura : 300 mm;

altura : 900 mm;

massa total : 28 kg.

Colunas : seção circular ϕ 6,3 mm;
 comprimento 300 mm.

Vigas : seção quadrada 10x10 mm;
 comprimento 300 mm.

Lajes : placa de 300x300 mm;
 espessura : 6,3 mm.

Material : Aço estrutural ASTM A36.

O modelo modal teórico de elementos finitos foi discretizado em 139 elementos e 118 nós. As vigas e colunas foram divididas em três elementos e cada laje foi considerada como um só elemento.



FIGURA 8.1 - Modelo reduzido de prédio industrial em aço estrutural

Suas principais características, como dimensões, massa de seus componentes e malha de elementos finitos utilizada estão descritas no anexo A, bem como os autovetores dos quatro primeiros modos. As primeiras frequências naturais do modelo foram estabelecidas pela análise modal numérica como :

modo	frequência (Hz)	direção predominante
1	4,99	deslocamento y
2	5,62	deslocamento x
3	7,92	deslocamento y
4	11,36	rotação z

O passo seguinte foi o transporte até Florianópolis. Em uma forma de madeira onde previamente foi colocado o modelo, foram vazados cerca de 100 quilogramas de concreto de forma a garantir o engaste das colunas do prédio no solo.

8.2) Análise Modal Experimental

A seguir, procedeu-se, no Laboratório de Vibrações e Acústica do Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC, à análise modal experimental, como verificação do modelo modal teórico e obtenção das funções resposta em frequência dos pontos de interesse para posterior comparação da eficiência dos neutralizadores. Para tanto escolheu-se o método de impacto e utilizados as seguintes instrumentos :

- Analisador HP 385 Xa.

Média de 5 medições.

Frequência máxima 200 Hz.

Número de pontos : 800.

- Canal 1 :

Martelo de impacto PCB tipo 342A.

Massa efetiva : 120 g.

Sensibilidade : 50,1 mV/lbf.

- Canal 2 :

Acelerômetro Bruel & Kjaer Type 4375.

Sensibilidade : 3,10 pC/g.

Massa efetiva : 2,4 g.

O modelo foi identificado nas uniões entre colunas e vigas em 30 pontos e fixando-se o acelerômetro em um determinado ponto e direção, excitou-se o modelo com o martelo nos demais pontos nas direções lateral e longitudinal. Foram registradas 3 famílias de 60 curvas função resposta em frequência (acelerômetro fixado em 3 pontos diferentes). Estas curvas foram processadas através do programa de análise modal experimental ICATS do Imperial College, adquirido pelo LVA.

O primeiro modo apresentou a frequência natural de 4,9 Hz, ou seja, um desvio de 1,8%. Isto nos permitiu garantir a validade do modelo teórico.

8.3) Projeto do neutralizador

Escolheu-se o primeiro modo a ser controlado, cuja frequência natural foi estabelecida pela análise modal teórica como 4,99 Hz (figura 8.2).

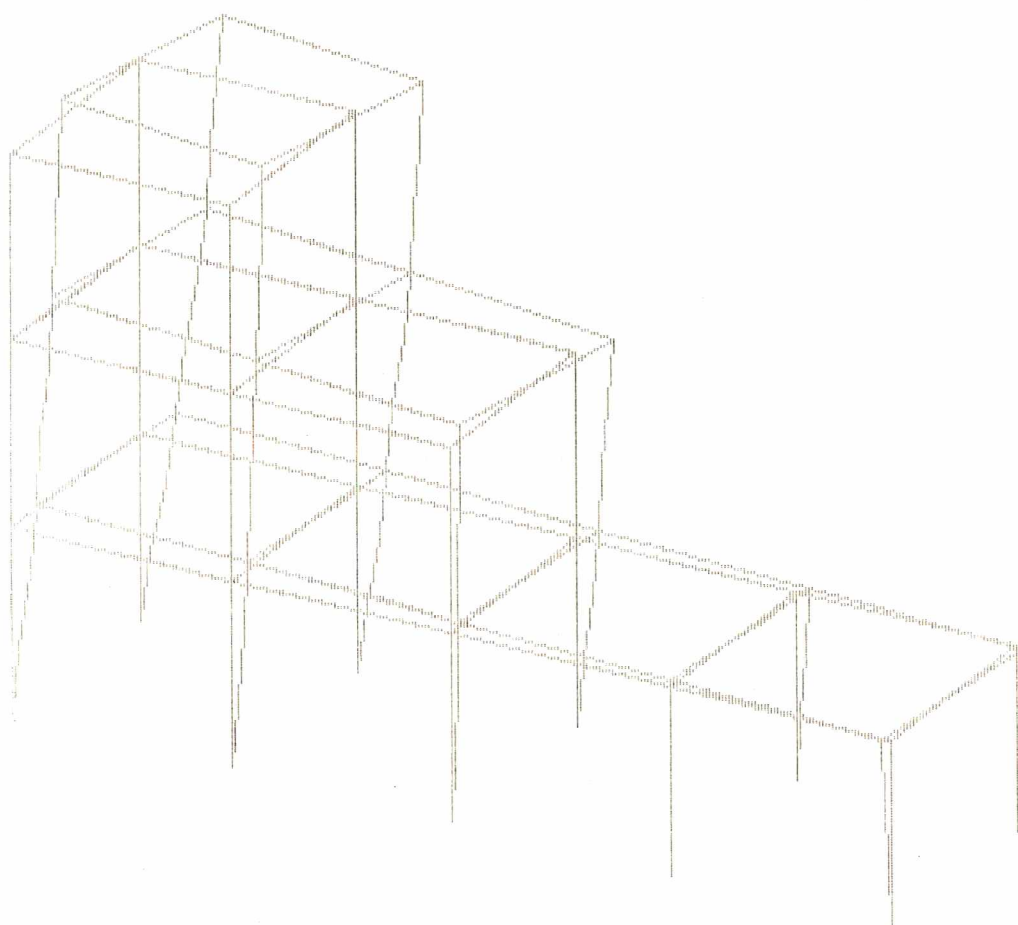


FIGURA 8.2 - Representação do primeiro modo do modelo.

De posse da matriz modal do sistema, pode-se iniciar o projeto dos neutralizadores. Foram escolhidos um total de 12 neutralizadores, sendo 8 fixados na terceira laje (nós 46, 49, 95, 98, 115, 116, 117 e 118) e 4 na segunda laje (nós 35, 84, 109 e 110)(Anexo 2).

Como valores iniciais de projeto, escolheu-se :

$$\mu = 0,1.$$

$$C_i = 0,97.$$

A partir destes parâmetros básicos os demais foram estabelecidos. Do anexo

A.3.1 :

$$\phi_{46,1} = \phi_{95,1} = \phi_{115,1} = \phi_{116,1} = 0,31690 \quad (\text{terceira laje}).$$

$$\phi_{49,1} = \phi_{98,1} = \phi_{117,1} = \phi_{118,1} = 0,22826 \quad (\text{terceira laje}).$$

$$\phi_{35,1} = \phi_{84,1} = \phi_{109,1} = \phi_{110,1} = 0,25986 \quad (\text{segunda laje}).$$

Da fórmula de μ descrita em (7.1) no capítulo 7:

$$\mu_1 = \sum m\phi_{n,1}^2 = m \sum \phi_{n,1}^2 \quad \text{para neutralizadores de massas iguais, mas :}$$

$$\sum \phi_{n,1}^2 = 0,88548, \text{ ou seja :}$$

$$m = \frac{0,1}{0,88548} = 0,1129 \text{ Kg ou } 112,9 \text{ gramas.}$$

Devido ao reduzido número de neutralizadores, fixou-se a distância entre o centro de gravidade e o eixo da rótula em 40 milímetros. Por facilidade de construção, foi escolhido a forma da massa como cilíndrica. Do capítulo 7, a fórmula (7.4) que define o parâmetro C_i para massa com seção constante :

$$C_i = \frac{1}{1 + \frac{c^2}{12l^2}} \quad \therefore \quad \frac{c}{l} = 0,60921 \quad \text{ou} \quad c = 24,3 \text{ mm.}$$

Adotou-se o aço (massa específica $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$) como material para fabricação das massas, determinando pois seu diâmetro (ϕ) :

$$m = \rho V = \rho \frac{\pi \phi^2}{4} c \Rightarrow \phi = 27,4 \text{ mm.}$$

Da fórmula (5.3) para sintonia ótima para materiais de amortecimento sólido tipo I, pode-se estimar o valor da frequência desejada para o neutralizador :

$$\alpha_{ot} = \sqrt{\frac{1 + \mu(1 - C_i)}{(\mu + 1)^2}} \quad \therefore \quad \alpha_{ot} = 0,910.$$

Também, da fórmula (7.9), calcula-se o valor do parâmetro C_k :

$$\omega_a^2 = \frac{g}{l} \frac{C_i}{1 - C_k} \Rightarrow C_k = 1 - \frac{gC_i}{l(\alpha\omega_o)^2}, \text{ ou } C_k = 0,708.$$

Para os parâmetros definidos de C_i , C_k e μ , os valores ótimos de sintonia e fator de perda do material da rótula são :

$$\alpha_{ot} = 0,910 \quad \eta_{ot} = 0,55 \quad \text{para materiais com amortecimento sólido tipo I.}$$

$$\alpha_{ot} = 0,892 \quad \eta_{ot} = 0,42 \quad \text{para materiais com amortecimento sólido tipo II.}$$

Como a faixa de frequência de interesse é bastante estreita, deve-se considerar, para efeito de otimização, o comportamento do material da rótula segundo a teoria do amortecimento sólido tipo I.

Determinados todos os valores para o neutralizador, pode-se então, calcular a rótula. A constante de rigidez da mola à rotação poderá ser derivada da definição de C_k do capítulo 3 :

$$C_k = \frac{K_\theta}{K_\theta + mgl} \Rightarrow K_\theta = \frac{C_k}{1 - C_k} mgl, \text{ ou } K_\theta = 0,17828 \text{ Nm.}$$

Utilizando-se dos ábacos publicados no apêndice da referência [05] de materiais elastoméricos comumente comercializados, escolheu-se o material DYAD 601 fabricado por SOUNDCOAT Co. Na frequência de 5 Hz e temperatura de 20°C (68°F), o ábaco publicado à página 382 da referência citada fornece os seguintes valores para o módulo de elasticidade ao cisalhamento (G) e fator de perda (η) :

$$G = 70 \text{ psi} \approx 482800 \text{ Pa} \quad \text{e} \quad \eta = 0,5.$$

Utilizando da fórmula para constante de rigidez para molas à rotação [08] :

$$K_\theta = \frac{\pi G l_k}{\phi_i^{-2} - \phi_e^{-2}} ;$$

onde : ϕ_i = diâmetro interno da rótula;

ϕ_e = diâmetro externo da rótula;

l_k = comprimento axial da rótula.

Adotando-se valores de 3 e 5 milímetros para o diâmetro interno e externo, respectivamente, o comprimento axial da rótula será 5,3 milímetros. A haste foi

confeccionada em aço com diâmetro de 4 milímetros. Uma verificação das frequências naturais do pêndulo mostra que, para frequências abaixo de 300 Hz, o conjunto massa-haste-anel externo atua como corpo rígido.

Resumindo :

$\mu = 0,1$; (relação de massa);

$C_i = 0,97$; (parâmetro de inércia);

$C_k = 0,708$; (parâmetro de rigidez);

$\alpha = 0,910$; (sintonia do neutralizador);

$m = 112,9$ g ; (massa do pêndulo) ;

$l = 40$ mm ; (distância do eixo da rótula ao centro de gravidade da massa);

$f_a = 4,5$ Hz ; (frequência natural do neutralizador);

Material da rótula : DYAD 601 fabricado por SOUNDCOAT Co.

Na frequência de 5 Hz : $G = 70$ psi ≈ 482800 Pa ;

$\eta = 0,5$;

$K = 116,93$ Nmm ; (constante de rigidez da rótula);

$\phi_i = 3$ mm ; (diâmetro interno da rótula);

$\phi_e = 5$ mm ; (diâmetro externo da rótula);

$l_k = 5,3$ mm ; (comprimento axial da rótula);

$\phi = 27,4$ mm; (diâmetro da massa);

$c = 24,3$ mm; (comprimento da massa).

8.4) Confecção dos neutralizadores

Os neutralizadores (figura 8.3) foram construídos nas oficinas da USIMINAS em 4 partes (pino, anel externo, haste e massa), todos em aço estrutural, e posteriormente transportados e testados no Laboratório de Vibrações e Acústica do Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC.

Certos cuidados foram tomados durante sua confecção, a saber :

- A ligação da haste com o anel externo da rótula foi soldada por brasagem, garantindo-se assim o engaste. Na outra ponta da haste foi torneada rosca em um

comprimento de 10 mm e na massa usinado um furo central de 15 mm de profundidade, com rosca igual a da haste. Previu-se com isto, a possibilidade de pequena regulagem durante a sintonização dos neutralizadores.

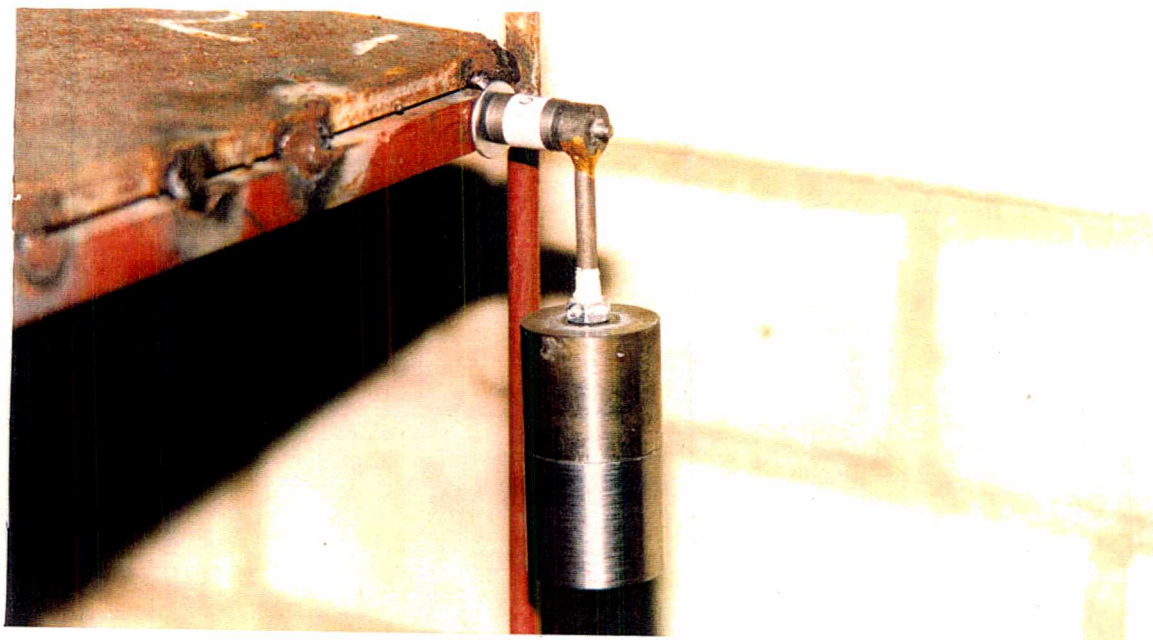


FIGURA 8.3 - Neutralizador pendular acoplado ao modelo

- O material elastomérico foi fornecido em tiras de 0,5 mm de espessura e 25,4 mm de largura. Para confecção da rótula, dois pedaços desta tira foram colados ao anel externo com cola a base de acrilato, tomando-se o devido cuidado de que as emendas destas 2 tiras fossem espaçadas de 180°. Posteriormente, o pino foi acoplado ao anel externo, formando assim a rótula.

- No ponto de acoplamento com o neutralizador, o modelo foi furado de forma a facilitar a fixação dos neutralizadores. Estes foram construídos com pinos com a ponta torneada em cerca de 10 mm. A utilização de porca e contra-porca, mais aplicação de cola a base de acrilato, permitiu uma ligação rígida entre modelo e o neutralizador.

8.5) Sintonização dos neutralizadores

Montados os neutralizadores, o próximo passo foi certificar-se de suas características. Para garantir a eficácia destes, era necessário assegurar que todos os neutralizadores possuíssem a frequência natural determinada em projeto, ou seja, 4,5 Hz.

Para testá-los, foi utilizado um dispositivo de fixação rigidamente ligado a uma base inercial (figura 8.4) e aplicado o mesmo teste da análise modal experimental; um martelo de impacto com transdutor de força e um acelerômetro acoplado à massa. A análise da função resposta em frequência gerada permitiu determinar a frequência natural de cada neutralizador.

A resposta em frequência mostrou que as frequências naturais de todos os pêndulos estavam entre 8 a 9 Hz. Foram verificados todos os parâmetros que influenciam a determinação da frequência natural e concluiu-se que a rótula possuía constante de rigidez à rotação (K_θ) superior à de projeto.

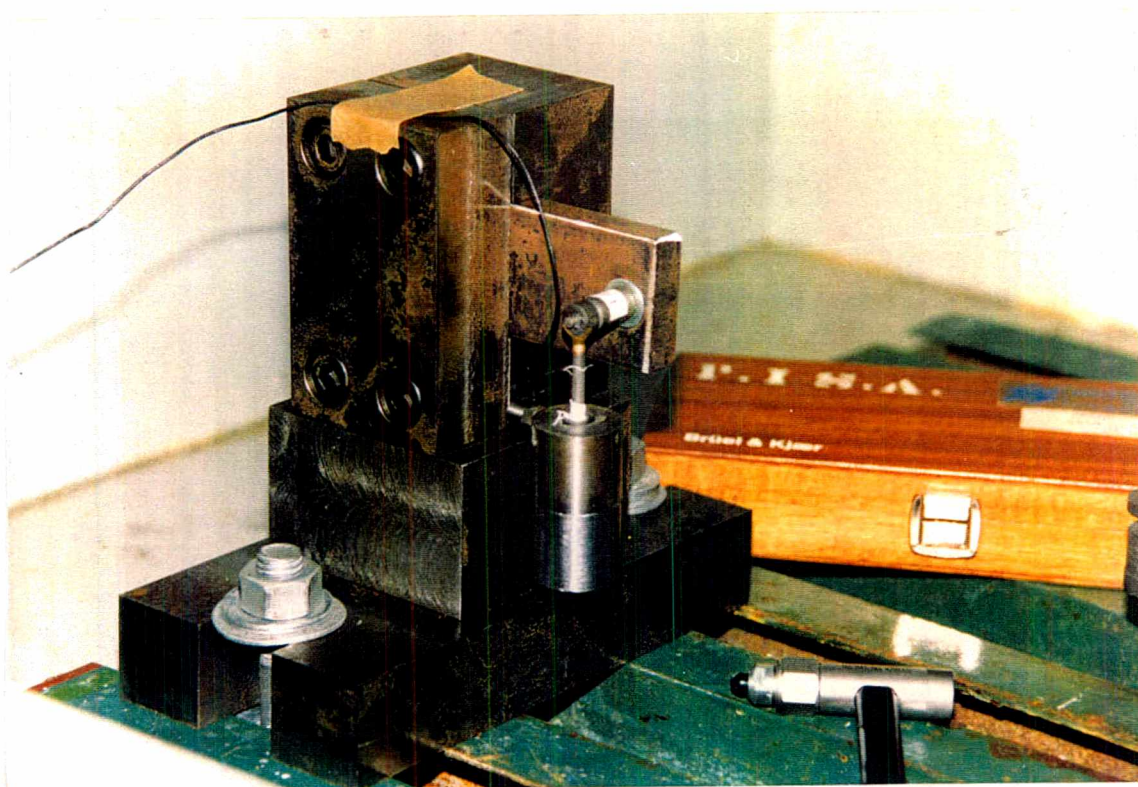


FIGURA 8.4 - Dispositivo rígido para teste de frequência natural dos neutralizadores

A partir da média das frequências naturais dos neutralizadores, inferiu-se o valor de K_θ e reformulou-se o projeto dos neutralizadores.

Utilizando-se o valor médio de 8,5 Hz para a frequência natural dos neutralizadores :

$$\omega_a = 2\pi f_a = 53,38 \text{ rad/s, mas :}$$

$$\omega_a = \sqrt{\frac{K_\theta + mgl}{ml^2 + I_g}} \Rightarrow K_\theta = \frac{\omega_a^2 ml^2}{C_i} - mgl ;$$

ou ainda, $K_\theta = 0,48634 \text{ Nm}$.

Para compensar a maior rigidez da rótula, um aumento da inércia deveria ser processado através da alteração da massa (m) e da distância do centro da massa ao eixo da rótula (l). Partindo da premissa de que estas alterações deveriam acontecer pela adição de um cilindro de aço de diâmetro igual ao já adotado como massa do pêndulo, os valores de $\alpha = 0,85$ e $\mu = 0,2$ foram adotados como iniciais para o cálculo. Os novos valores da frequência natural e massa do pêndulo passaram a ser :

$$\omega_a = \alpha 2\pi f_0 = 26,15 \text{ rad/s} , \text{ ou } 4,15 \text{ Hz}.$$

$$m = \frac{\mu}{\sum \phi_{n,l}^2} , \text{ ou } m = 0,2258 \text{ Kg}.$$

$$\text{Logo, } c = \frac{4m}{\rho \pi \phi^2} \Rightarrow c = 48,8 \text{ mm}.$$

Levando estes valores à fórmula de K_θ descrita anteriormente :

$$\omega_a^2 ml^2 - mglC_i - K_\theta C_i = 0.$$

Como a parcela rotatória é bem pequena na composição da inércia total, pode-se adotar como aproximação C_i igual à unidade. A raiz positiva desta equação de segundo grau para l é de 63,7 mm. Recalculando-se os valores de C_i e C_k :

$$C_i = \frac{1}{1 + \frac{(c/l)^2}{12}} \Rightarrow C_i = 0,953.$$

$$C_k = 1 - \frac{gC_i}{\omega_a^2 l} \Rightarrow C_k = 0,822.$$

Para estes valores, a sintonia e fator de perda ótima são :

$$\alpha_{ot} = 0,837 \quad \eta_{ot} = 0,70 \quad \text{para materiais com amortecimento sólido tipo I.}$$

$$\alpha_{ot} = 0,800 \quad \eta_{ot} = 0,51 \quad \text{para materiais com amortecimento sólido tipo II.}$$

Refazendo os cálculos iterativamente, encontram-se os valores finais dos parâmetros para o projeto modificado :

$\mu = 0,2$; (relação de massas);

$C_i = 0,950$; (parâmetro de inércia);

$\alpha = 0,845$; (sintonia do neutralizador);

$f_a = 4,15$ Hz ; (frequência natural do neutralizador);

$C_k = 0,780$; (parâmetro de rigidez);

$m = 225,8$ g ; (massa do pêndulo) ;

$l = 61,5$ mm ; (distância do eixo da rótula ao centro de gravidade da massa);

$c = 48,8$ mm; (comprimento da massa).

Para estes valores, a sintonia e fator de perda ótima são :

$\alpha_{ot} = 0,838$ $\eta_{ot} = 0,71$ para materiais com amortecimento sólido tipo I.

$\alpha_{ot} = 0,801$ $\eta_{ot} = 0,51$ para materiais com amortecimento sólido tipo II.

A modificação consistiu basicamente da adição de um cilindro de aço de 24,5mm de altura a cada neutralizador. Foi então realizada nova calibração. Uma vez fixada a frequência natural dos neutralizadores, à união entre a haste e a massa foi aplicado cola a base de acrilato.

Finalmente, como verificação, foi medida a frequência natural dos neutralizadores no eixo perpendicular ao plano de oscilação do pêndulo. O resultado foi de 11,5 Hz em média.

8.6) Aplicação dos neutralizadores ao modelo

A fixação dos neutralizadores ao modelo foi realizada conforme descrito anteriormente. A análise modal experimental foi então processada nos mesmos moldes quando realizada para o modelo sem neutralizadores.

Nas figuras 8.5, 8.6 e 8.7 estão representadas as curvas das funções resposta em frequência para alguns pontos antes e depois da aplicação dos neutralizadores.

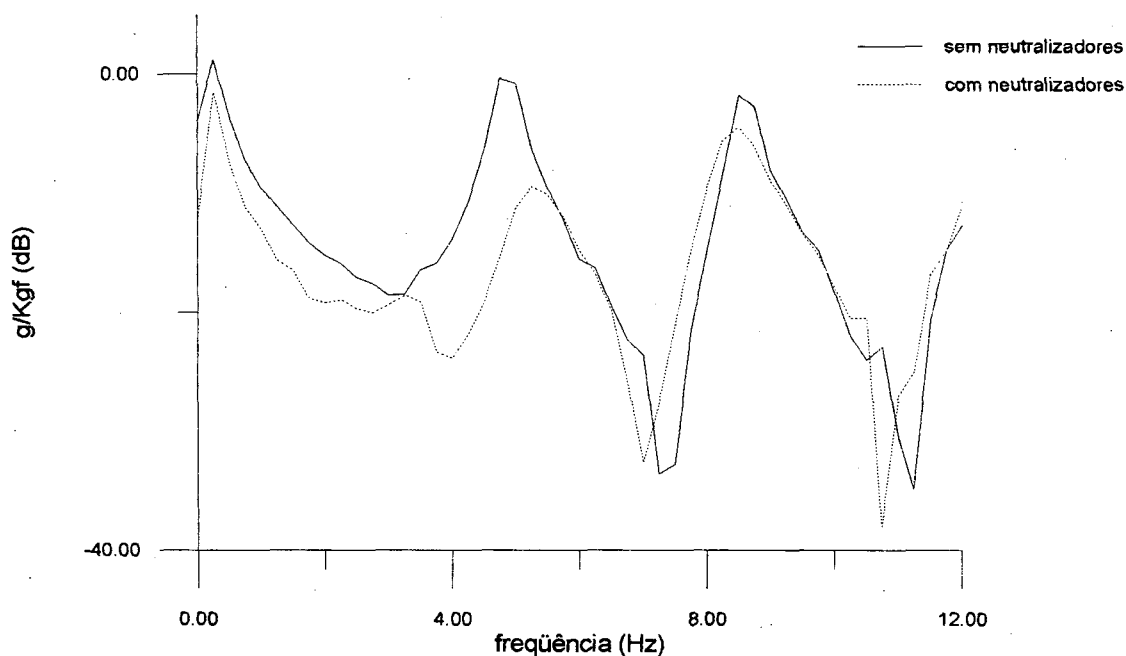


FIGURA 8.5 - Função resposta em frequência experimental em g/Kgf do nó 46 direção +Z excitação no nó 46 direção -Z para antes e depois da aplicação dos neutralizadores.

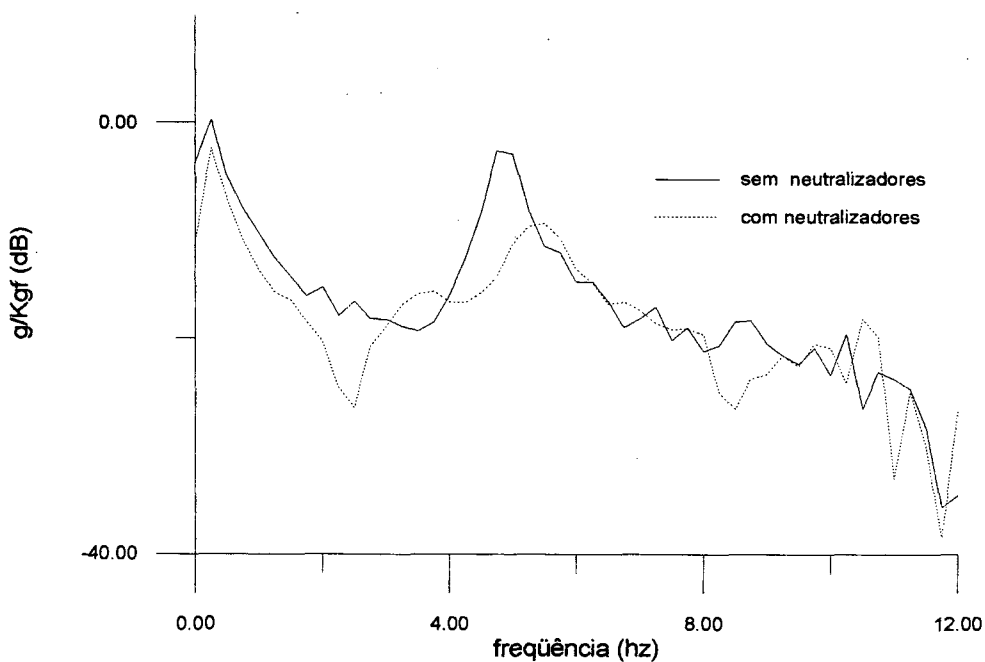


FIGURA 8.6 - Função resposta em frequência experimental em g/Kgf do nó 49 direção +Z excitação no nó direção -Z para antes e depois da aplicação dos neutralizadores.

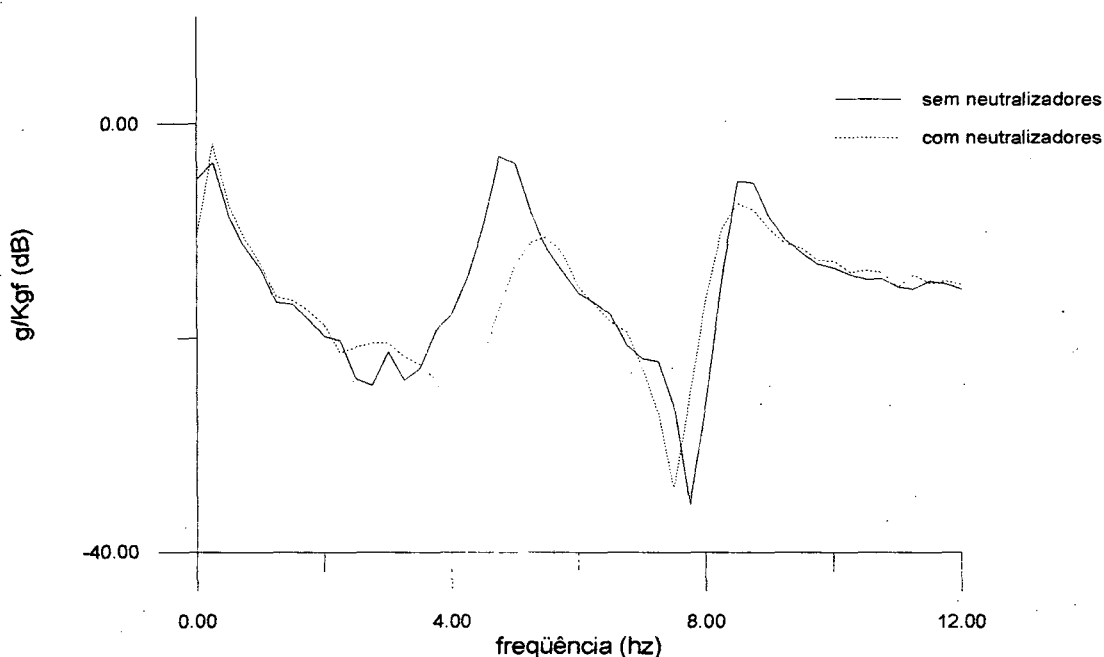


FIGURA 8.7 - Função resposta em frequência experimental em g/Kgf do nó 35 direção +Z excitação no nó 46 direção -Z para antes e depois da aplicação dos neutralizadores.

8.7) Resultados obtidos

Uma simples comparação entre as curvas dos gráficos anteriores, mostra uma redução de até 10 dB entre os picos máximos da funções resposta em frequência e de 15,3 dB na frequência de ressonância (4,75 Hz), ocorrida no ponto mais crítico (terceira lage). Apesar de satisfatórios, estes resultados foram influenciados negativamente por dois fatores:

- Discretização da curva

Devido à limitação do tamanho da janela temporal, escolheu-se na análise modal experimental a frequência máxima de 200 Hz e amostragem de 800 pontos, portanto uma discretização de 0,25 Hz. Com isto, o valor da função resposta em frequência na ressonância do primeiro modo (situada em 4,9 Hz) está representada dispersa pelo pontos 4,75 e 5 Hz. Melhorando-se a discretização, o pico máximo cresceria de acordo com amortecimento do modo.

- Aparecimento do pico lateral

Pela análise das curvas acima, nota-se o aparecimento de um pico lateral amortecido, após a antirressonância correspondente a frequência natural do neutralizador. Duas possibilidades foram analisadas como prováveis causas deste pico :

- Influência dos modos superiores, já que a otimização foi desenvolvida para sistemas de um grau de liberdade.

- Fator de perda do material diferente do valor ótimo.

A constatação de que a rigidez da rótula diferia muito da de projeto, levou à incerteza do valor real do fator de perda do material utilizado. Fatores de perda menores do que o fator ótimo, gerarão curvas com picos laterais após o segundo ponto fixo, como o demonstrado pela figura 8.8. Uma simulação de aplicação do neutralizador a um sistema com frequências naturais iguais aos 4 primeiros modos laterais do modelo, permite constatar que quanto menor o fator de perda, mais acentuado é este pico lateral (figuras 8.8, 8.9 e 8.10).

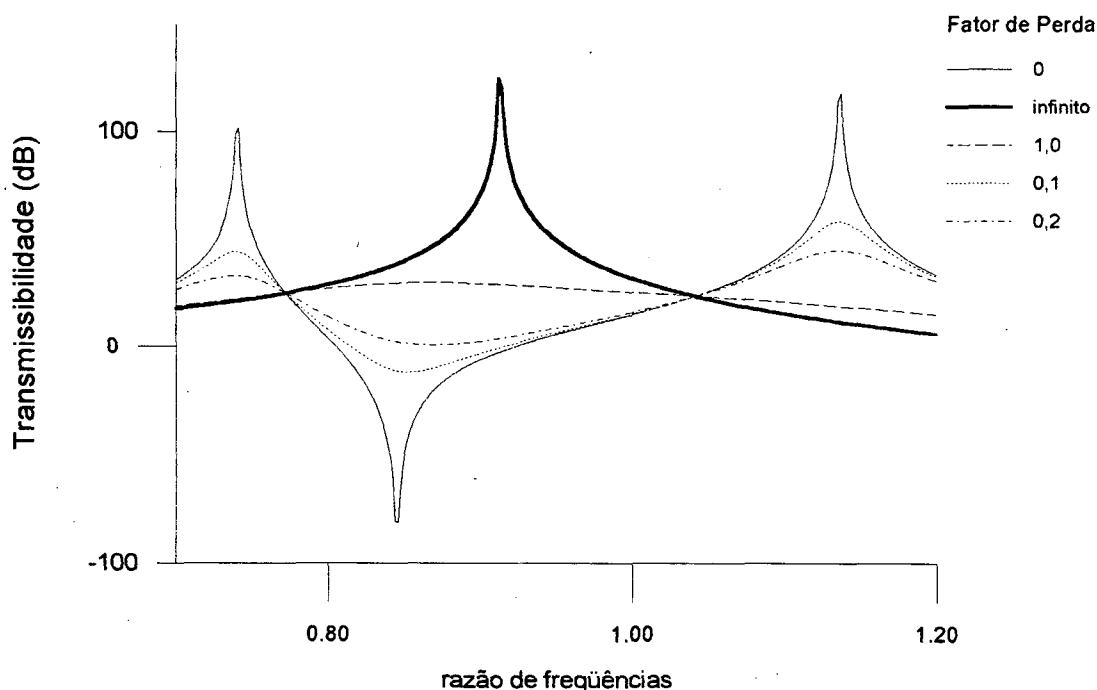


FIGURA 8.8 - Transmissibilidade de um sistema composto de parâmetros $\mu = 0,2$; $C_k = 0,780$; $C_i = 0,95$ e $\alpha = 0,845$ e diversos fatores de perda.

Uma amostra do material elastomérico utilizado na confecção dos neutralizadores deverá ser submetida à análise experimental para extração dos reais valores do módulo de elasticidade ao cisalhamento e fator de perda para posterior comparação com os valores assumidos durante o cálculo inicial.

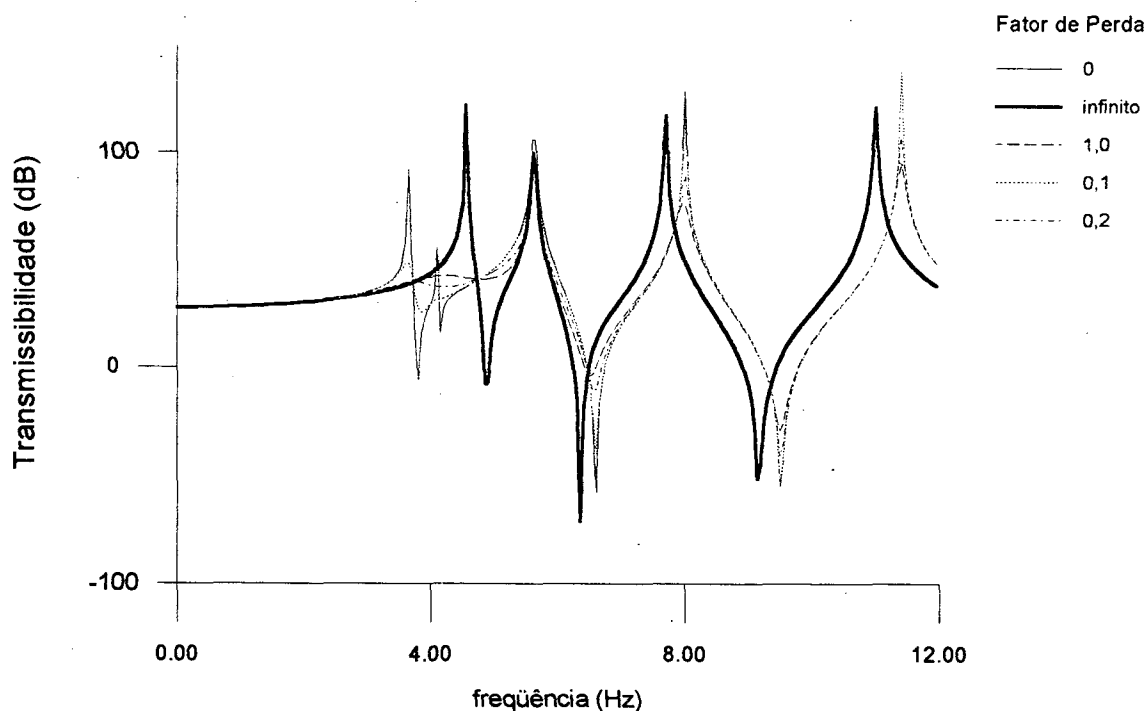


FIGURA 8.9 - Função resposta em frequência para um sistema sem amortecimento com frequências naturais iguais às dos quatro primeiros modos do modelo reduzido ao qual é aplicado um neutralizador pendular com amortecimento sólido tipo I e parâmetros $\mu = 0,2$; $C_k = 0,780$; $C_i = 0,95$ e $f = 4,15$ Hz para diversos fatores de perda.

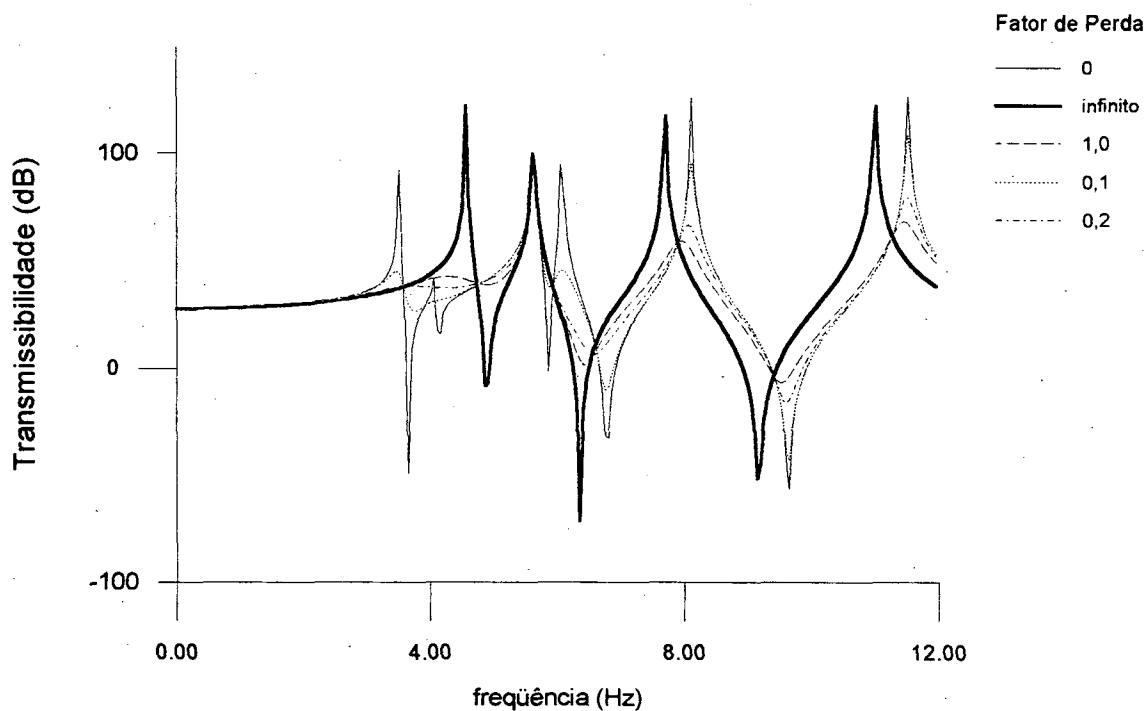


FIGURA 8.10 - Função resposta em frequência para um sistema sem amortecimento com frequências naturais iguais às dos quatro primeiros modos do modelo reduzido ao qual é aplicado um neutralizador pendular com amortecimento sólido tipo II e parâmetros $\mu = 0,2$; $Ck' = 0,780$; $Ci = 0,95$ e $f = 4,15$ Hz para diversos fatores de perda.

CAPÍTULO 9

Conclusão

9.1) Desenvolvimento teórico

Há bastante tempo, a engenharia estuda os neutralizadores dinâmicos. Dentre os vários tipos conhecidos, o neutralizador pendular tem especial interesse quando se deseja controlar vibrações de baixas frequências em estruturas leves, pois através da composição da inércia do pêndulo, consegue-se aliar pequenas massas a baixas frequências naturais.

O neutralizador pendular foi descrito como uma massa ligada a uma rótula por uma haste rígida. A rótula tem características de mola à rotação, ou seja, a um momento externo aplicado, gira em um ângulo proporcional a este momento. Esta proporção foi considerada linear e que este ângulo não assume deslocamentos elevados.

Assumiu-se que o material que compõe a rótula tem comportamento viscoelástico de rigidez complexa. A impedância que o neutralizador transfere ao ponto de sua aplicação foi expressa em termos de quantidades equivalentes de massa e amortecimento viscoso. Estas expressões equivalentes foram utilizadas ao estudar-se a dinâmica de um sistema de um grau de liberdade, ao qual é acoplado um neutralizador pendular. Apesar do sistema composto possuir dois graus de liberdade, o uso de expressões equivalentes reduz o problema ao de um grau de liberdade.

Assim como realizado por Snowden para o neutralizador clássico [6], a transmissibilidade do sistema composto (sistema primário mais neutralizador) serviu como base para o estudo da otimização do neutralizador. O projeto ótimo foi assumido como aquele que fizesse com que a curva de transmissibilidade possuísse o menor valor máximo. Adotou-se como intervalo de pesquisa, os limites de 0,5 e 1,5 da frequência natural do sistema primário.

Três hipóteses foram consideradas para o comportamento dinâmico do material da rótula :

a) Amortecimento Viscoso

O módulo de elasticidade é constante, porém o fator de perda varia linearmente com a frequência.

b) Amortecimento sólido tipo I

Tanto o módulo de elasticidade quanto o fator de perda independem da frequência.

c) Amortecimento sólido tipo II

O fator de perda é assumido como invariante, porém o módulo de elasticidade guarda proporção linear com a frequência.

Para as duas últimas hipóteses, foram estudados os parâmetros que afetam a transmissibilidade :

- Relação de massas (μ)

Definiu-se como a razão entre a massa do pêndulo e a massa do sistema primário. Quanto maior seu valor, mais eficiente é o neutralizador.

- Parâmetro de inércia (C_i)

Definiu-se como a parcela relativa da inércia translacional na composição da inércia total do pêndulo. Foi provado que seu valor é determinado pela relação da forma e tamanho da massa do pêndulo com o comprimento da haste, e portanto, de escolha do projetista. Quanto mais próximo da unidade for o seu valor, mais eficiente o neutralizador.

- Parâmetro de rigidez (C_k)

É a parcela correspondente da rigidez da rótula na composição da rigidez total do neutralizador. Tem pouca influência na curva de transmissibilidade. Provou-se porém que seu valor é determinado pela frequência natural do neutralizador e da escolha do parâmetro C_i e o comprimento da haste.

- Razão de frequências naturais (α)

Corresponde à razão entre a frequência natural do neutralizador e a do sistema primário. Constatou-se que todas as curvas de transmissibilidade, para um mesmo conjunto de μ , α , C_i e C_k , passam por dois pontos fixos independentes do valor de perda do material

da rótula. A razão de frequências ótima, dito sintonia ótima, foi tomada como aquela que faz com que estes dois pontos possuam alturas iguais.

Para materiais de amortecimento sólido tipo I sua expressão é dada por :

$$\alpha_{ot} = \frac{\sqrt{1 + \mu(1 - C_i)}}{(\mu + 1)}$$

Para materiais de amortecimento sólido tipo II, não há uma expressão do valor ótimo. Este é extraído da iteração da diferença entre as expressões da transmissibilidade para fatores de perda nulo e infinito. Foi apresentado um algoritmo para sua determinação numérica e os valores obtidos demonstrados em gráficos. Verificou-se que, se C_k tende a zero, o valor da sintonia ótima assemelha-se aos dos encontrados para materiais de amortecimento sólido tipo I, decrescendo ligeiramente quando C_k cresce.

- Material da rótula

- a) Fator de perda (η)

Está ligado diretamente ao amortecimento do neutralizador e, portanto, ao amortecimento do sistema composto. Os picos das curvas de transmissibilidade são fortemente influenciados por este parâmetro. Procurou-se determinar como valor ótimo aquele fator de perda que tornasse a curva de transmissibilidade a mais suave possível.

Foi apresentado um algoritmo para o cálculo numérico do valor do fator de perda ótimo. Partindo de η igual a zero, calcula-se o valor máximo da transmissibilidade dentro do intervalo de frequências considerado. Dá-se pequenos acréscimos e repete-se o cálculo até que η atinja um valor muito alto. Aquele que representar o menor valor máximo de transmissibilidade é tomado como fator de perda ótimo.

Diversos gráficos representando a variação do fator de perda ótimo com a razão de massas e os parâmetros de rigidez e de inércia são apresentados para materiais com amortecimento sólido I e II. Verificou-se que os valores ótimos para materiais com amortecimento sólido tipo I são ligeiramente superiores aos encontrados para amortecimento sólido tipo II.

b) Módulo de elasticidade

Coerente com os resultados da pesquisa de Snowdon, os materiais que têm a rigidez complexa segundo a teoria do amortecimento sólido tipo II, produzem projetos de neutralizadores pendulares mais eficientes. Verificou-se também que, os valores de fator de perda ótimo encontrado para materiais de amortecimento sólido tipo I são demasiadamente elevados. Dificilmente, um material elastomérico possuirá fatores de perda tão altos e módulos de elasticidade invariáveis com a frequência.

9.2) Exemplo prático

Um experimento prático foi apresentado, onde foi utilizado um modelo reduzido de prédio industrial confeccionado em aço estrutural e fixado a uma base inercial de concreto. Procedeu-se à análise modal numérica e experimental do modelo.

Decidiu-se controlar o primeiro modo lateral, cuja de frequência natural situava-se em 4,9 Hz. Utilizando-se dos parâmetros modais do modelo, foram projetados e confeccionados doze neutralizadores considerando-se o amortecimento do neutralizador como sólido tipo I. O material usado na rótula foi o elastômero DYAD 601 fabricado pela SOUNDCOAT Co. A frequência natural do neutralizador foi estabelecida em 4,5 Hz. O comprimento total foi fixado em 80 milímetros e a massa do pêndulo em 112,9 gramas, confirmando que o neutralizador pendular consegue conciliar pequenas massas e baixas frequências naturais.

Antes de aplicar os neutralizadores ao modelo, decidiu-se testá-los, a fim de confirmar as propriedades do material da rótula. Verificou-se que a frequência natural real estava acima da de projeto. Tomando por base o valor médio das frequências naturais encontradas, o neutralizador foi reprojeto. O comprimento da massa do pêndulo foi duplicado, dobrando assim seu valor e diminuindo a frequência natural do neutralizador para 4,15 Hz. As demais dimensões permanecem iguais.

Dados comparativos entre as funções resposta em frequência dos pontos de maior deslocamento do modelo, antes e depois da aplicação dos neutralizadores, confirmam a redução em até 15 dB na frequência do primeiro modo e de 10 dB do pico máximo no

intervalo de frequência considerado. Foi discutida a influência da discretização da curva de resposta em frequência e a incerteza do valor real do fator de perda do material empregado nos resultados apresentados.

9.3) Sugestões para trabalhos futuros

No capítulo 2, assumiu-se que a rótula possuía características de mola linear e sua deformação angular seria pequena, de tal forma que o seno deste ângulo confundiria-se com o valor do ângulo em radianos. Ora, neutralizadores construídos com parâmetros de rigidez (C_k) próximos da unidade (rigidez da mola muito pequena em comparação com a rigidez do pêndulo) e de inércia (C_i) próximos de zero (inércia apenas rotatória distribuída em torno da rótula), tenderão a deslocamentos angulares de grande magnitude. A pesquisa de neutralizadores com estes parâmetros deve levar em consideração o comportamento não linear da mola.

No estudo, o neutralizador foi considerado como um sistema de um grau de liberdade. Porém, provou-se experimentalmente que para o exemplo prático, a frequência do modo lateral era da ordem de 2 vezes o valor da frequência natural do modo principal, ou seja, dentro da faixa de interesse. A combinação da influência deste modo com o modo principal, deverá fazer com que o projeto seja ainda mais otimizado.

Ainda considerando os graus de liberdade do neutralizador, projetos de neutralizadores com 2 ou mais graus de liberdade provaram ser mais eficientes do que o neutralizador de um grau de liberdade. O estudo de pêndulos compostos será de especial interesse para uma maior eficiência do neutralizador pendular.

APÊNDICE A

Análise Modal Teórica por Elementos Finitos
do Modelo Reduzido de Prédio Industrial

a) Número de Nós : 118 (Anexo A.1).

b) Número de Elementos : 139 (Anexo A.2).

- 60 elementos de viga seção circular ϕ 6,3 mm;
- 72 elementos de viga seção quadrada 10 x10 mm;
- 7 elementos de placa espessura 6,3 mm.

c) Material

Aço estrutural ASTM A-36;

$E = 210000$ MPa (módulo de elasticidade);

$\rho = 7850$ Kg/metro cúbico (massa específica);

$\nu = 0,3$ (coeficiente de Poisson);

$\alpha = 0,000012/^{\circ}\text{C}$ (coeficiente de dilatação).

d) Restrição a deslocamentos

Foram restringidos todos os graus de liberdade dos nós de 1 a 5 e 50 a 54. Os demais nós foram considerados livres para translações e rotações nos eixos x, y e z.

e) Frequências naturais (Anexos A.3).

modo	frequência (Hz)	direção predominante
1	4,99	deslocamento y
2	5,62	deslocamento x
3	7,92	deslocamento y
4	11,36	rotação z

f) Sistema Adotado

Sistema Métrico Internacional.

ANEXO A.1

Coordenadas Generalizadas dos Nós

Nó	X	Y	Z
1	0.00	0.00	0.00
2	0.00	0.00	0.30
3	0.00	0.00	0.60
4	0.00	0.00	0.90
5	0.00	0.00	1.20
6	0.10	0.00	0.00
7	0.10	0.00	0.30
8	0.10	0.00	0.60
9	0.10	0.00	0.90
10	0.10	0.00	1.20
11	0.20	0.00	0.00
12	0.20	0.00	0.30
13	0.20	0.00	0.60
14	0.20	0.00	0.90
15	0.20	0.00	1.20
16	0.30	0.00	0.00
17	0.30	0.00	0.10
18	0.30	0.00	0.20
19	0.30	0.00	0.30
20	0.30	0.00	0.40
21	0.30	0.00	0.50
22	0.30	0.00	0.60
23	0.30	0.00	0.70
24	0.30	0.00	0.80
25	0.30	0.00	0.90
26	0.30	0.00	1.00
27	0.30	0.00	1.10
28	0.30	0.00	1.20
29	0.40	0.00	0.00
30	0.40	0.00	0.30
31	0.40	0.00	0.60
32	0.50	0.00	0.00
33	0.50	0.00	0.30
34	0.50	0.00	0.60
35	0.60	0.00	0.00
36	0.60	0.00	0.10
37	0.60	0.00	0.20
38	0.60	0.00	0.30

Nº	X	Y	Z
39	0.60	0.00	0.40
40	0.60	0.00	0.50
41	0.60	0.00	0.60
42	0.70	0.00	0.00
43	0.70	0.00	0.30
44	0.80	0.00	0.00
45	0.80	0.00	0.30
46	0.90	0.00	0.00
47	0.90	0.00	0.10
48	0.90	0.00	0.20
49	0.90	0.00	0.30
50	0.00	0.30	0.00
51	0.00	0.30	0.30
52	0.00	0.30	0.60
53	0.00	0.30	0.90
54	0.00	0.30	1.20
55	0.10	0.30	0.00
56	0.10	0.30	0.30
57	0.10	0.30	0.60
58	0.10	0.30	0.90
59	0.10	0.30	1.20
60	0.20	0.30	0.00
61	0.20	0.30	0.30
62	0.20	0.30	0.60
63	0.20	0.30	0.90
64	0.20	0.30	1.20
65	0.30	0.30	0.00
66	0.30	0.30	0.10
67	0.30	0.30	0.20
68	0.30	0.30	0.30
69	0.30	0.30	0.40
70	0.30	0.30	0.50
71	0.30	0.30	0.60
72	0.30	0.30	0.70
73	0.30	0.30	0.80
74	0.30	0.30	0.90
75	0.30	0.30	1.00
76	0.30	0.30	1.10
77	0.30	0.30	1.20
78	0.40	0.30	0.00
79	0.40	0.30	0.30
80	0.40	0.30	0.60

Nó	X	Y	Z
81	0.50	0.30	0.00
82	0.50	0.30	0.30
83	0.50	0.30	0.60
84	0.60	0.30	0.00
85	0.60	0.30	0.10
86	0.60	0.30	0.20
87	0.60	0.30	0.30
88	0.60	0.30	0.40
89	0.60	0.30	0.50
90	0.60	0.30	0.60
91	0.70	0.30	0.00
92	0.70	0.30	0.30
93	0.80	0.30	0.00
94	0.80	0.30	0.30
95	0.90	0.30	0.00
96	0.90	0.30	0.10
97	0.90	0.30	0.20
98	0.90	0.30	0.30
99	0.30	0.20	0.00
100	0.30	0.10	0.00
101	0.30	0.20	0.30
102	0.30	0.10	0.30
103	0.30	0.20	0.60
104	0.30	0.10	0.60
105	0.30	0.20	0.90
106	0.30	0.10	0.90
107	0.30	0.20	1.20
108	0.30	0.10	1.20
109	0.60	0.20	0.00
110	0.60	0.10	0.00
111	0.60	0.20	0.30
112	0.60	0.10	0.30
113	0.60	0.20	0.60
114	0.60	0.10	0.60
115	0.90	0.20	0.00
116	0.90	0.10	0.00
117	0.90	0.20	0.30
118	0.90	0.10	0.30

1) Valores em metros.

ANEXO A.2

Dados do elemento #1

Tipo : viga tri-dimensional.

Seção circular constante $\phi 6,3$ mm.

Área transversal : $A = 3,167 \times 10^{-5} \text{ m}^2$.

Segundo momento a flexão : $I_{xx} = I_{yy} = 7,981 \times 10^{-11} \text{ m}^4$.

Segundo momento a torção : $J = 7,981 \times 10^{-11} \text{ m}^4$.

Número do Elemento	Nó I	Nó J
1	1	6
2	2	7
3	3	8
4	4	9
5	5	10
6	6	11
7	7	12
8	8	13
9	9	14
10	10	15
11	11	16
12	12	19
13	13	22
14	14	25
15	15	28
16	16	29
17	19	30
18	22	31
19	29	32
20	30	33
21	31	34
22	32	35
23	33	38
24	34	41
25	35	42
26	38	43

Número do Elemento	Nó I	Nó J
27	42	44
28	43	45
29	44	46
30	45	49
31	50	55
32	51	56
33	52	57
34	53	58
35	54	59
36	55	60
37	56	61
38	57	62
39	58	63
40	59	64
41	60	65
42	61	68
43	62	71
44	63	74
45	64	77
46	65	78
47	68	79
48	71	80
49	78	81
50	79	82
51	80	83
52	81	84
53	82	87
54	83	90
55	84	91
56	87	92
57	91	93
58	92	94
59	93	95
60	94	98

Dados do elemento #2

Tipo : viga tri-dimensional.

Seção quadrada constante 10 mm.

Área transversal : $A = 1,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$.

Segundo momento a flexão : $I_{xx} = I_{yy} = 8,333 \times 10^{-10} \text{ m}^4$.

Segundo momento a torção : $J = 1,406 \times 10^{-9} \text{ m}^4$.

Número do Elemento	Nó I	Nó J
1	16	17
2	17	18
3	18	19
4	19	20
5	20	21
6	21	22
7	22	23
8	23	24
9	24	25
10	25	26
11	26	27
12	27	28
13	35	36
14	36	37
15	37	38
16	38	39
17	39	40
18	40	41
19	46	47
20	47	48
21	48	49
22	65	66
23	66	67
24	67	68
25	68	69
26	69	70
27	70	71
28	71	72
29	72	73

Número do Elemento	Nó I	Nó J
30	73	74
31	74	75
32	75	76
33	76	77
34	84	85
35	85	86
36	86	87
37	87	88
38	88	89
39	89	90
40	95	96
41	96	97
42	97	98
43	68	101
44	71	103
45	74	105
46	77	107
47	99	100
48	101	102
49	103	104
50	105	106
51	107	108
52	100	16
53	102	19
54	104	22
55	106	25
56	108	28
57	84	109
58	87	111
59	90	113
60	109	110
61	111	112
62	113	114
63	110	35
64	112	38
65	114	41
66	95	115
67	98	117
68	115	116

Número do Elemento	Nó I	Nó J
69	117	118
70	116	46
71	118	49
72	65	99

Dados do elemento #3

Tipo : placa fina.

Espessura = 6,3 mm.

Número do Elemento	Nó I	Nó J	Nó K	Nó L
1	16	19	68	65
2	19	22	71	68
3	22	25	74	71
4	25	28	77	74
5	35	38	87	84
6	38	41	90	87
7	46	49	98	95

ANEXO A.3.1

Modo #1

Frequência Natural = 4,99 Hz.

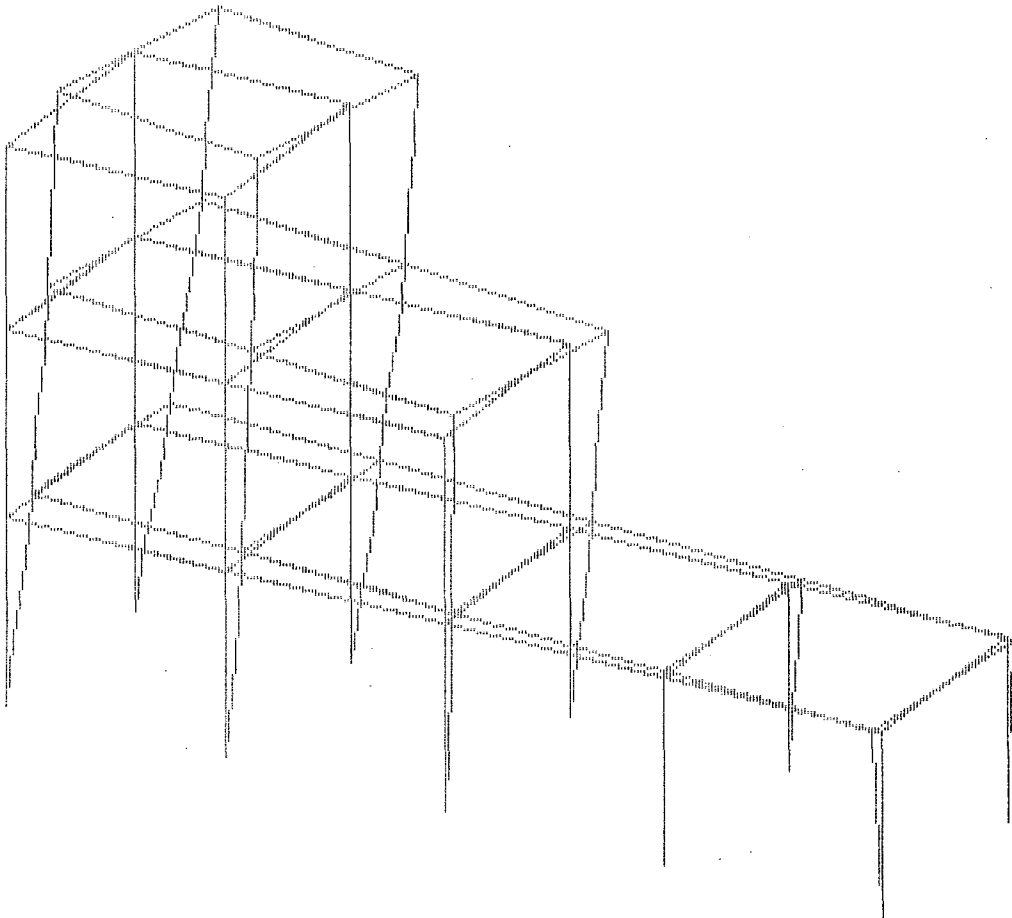


Figura A.3.1.1 - Representação do primeiro modo.

Autovetor do primeiro modo

Número do Nó	X	Y	Z	ϕX	ϕY	ϕZ
6	+0.0000	+0.0366	-0.0049	+2.43	+4.75	+36.00
7	+0.0000	+0.0269	-0.0050	+2.43	+4.88	+26.44
8	+0.0000	+0.0170	-0.0050	+2.43	+4.85	+16.75
9	+0.0000	+0.0071	-0.0050	+2.42	+4.87	+7.06
10	+0.0000	-0.0027	-0.0050	+2.41	+4.84	-2.65
11	+0.0000	+0.1048	-0.0139	+4.86	+4.86	+36.27
12	+0.0001	+0.0769	-0.0142	+4.86	+4.86	+26.54
13	+0.0000	+0.0487	-0.0142	+4.87	+4.86	+16.80

Número do Nó	X	Y	Z	ϕX	ϕY	ϕZ
14	+0.0000	+0.0205	-0.0142	+4.84	+4.86	+7.07
15	+0.0000	-0.0077	-0.0141	+4.83	+4.86	-2.66
16	+0.0001	+0.1424	-0.0192	+7.29	+0.35	+0.88
17	+0.0004	+0.1297	-0.0192	+7.29	+0.01	+0.69
18	+0.0003	+0.1170	-0.0192	+7.31	-0.12	+0.51
19	+0.0001	+0.1042	-0.0192	+7.30	-0.05	+0.32
20	+0.0000	+0.0915	-0.0192	+7.29	-0.04	+0.28
21	+0.0000	+0.0787	-0.0192	+7.30	-0.01	+0.23
22	+0.0000	+0.0660	-0.0192	+7.30	+0.05	+0.18
23	+0.0000	+0.0532	-0.0192	+7.31	-0.01	+0.13
24	+0.0000	+0.0405	-0.0192	+7.30	-0.03	+0.08
25	+0.0000	+0.0277	-0.0192	+7.27	-0.01	+0.04
26	-0.0001	+0.0150	-0.0192	+7.31	-0.03	+0.01
27	-0.0001	+0.0022	-0.0192	+7.31	-0.01	-0.02
28	+0.0000	-0.0105	-0.0192	+7.25	+0.08	-0.05
29	+0.0001	+0.1734	-0.0242	+9.68	+4.73	+29.70
30	+0.0001	+0.1250	-0.0240	+9.70	+4.82	+20.20
31	+0.0000	+0.0769	-0.0241	+9.69	+4.80	+10.63
32	+0.0001	+0.2293	-0.0331	+12.08	+4.68	+29.57
33	+0.0001	+0.1632	-0.0332	+12.10	+4.81	+20.14
34	+0.0000	+0.0970	-0.0332	+12.08	+4.78	+10.59
35	+0.0002	+0.2598	-0.0380	+14.47	+0.24	+0.63
36	+0.0004	+0.2345	-0.0380	+14.50	+0.01	+0.51
37	+0.0003	+0.2092	-0.0380	+14.53	-0.08	+0.38
38	+0.0002	+0.1838	-0.0380	+14.50	-0.04	+0.26
39	+0.0001	+0.1585	-0.0380	+14.52	-0.04	+0.22
40	+0.0000	+0.1332	-0.0380	+14.52	-0.03	+0.17
41	+0.0000	+0.1079	-0.0380	+14.46	+0.00	+0.13
42	+0.0002	+0.2756	-0.0401	+15.41	+1.84	+15.00
43	+0.0002	+0.1955	-0.0399	+15.44	+1.89	+11.25
44	+0.0002	+0.3037	-0.0435	+16.35	+1.78	+14.80
45	+0.0002	+0.2167	-0.0435	+16.38	+1.88	+11.18
46	+0.0002	+0.3189	-0.0454	+17.29	+0.10	+0.26
47	+0.0003	+0.2887	-0.0454	+17.31	+0.01	+0.25
48	+0.0003	+0.2585	-0.0454	+17.35	-0.04	+0.23
49	+0.0002	+0.2282	-0.0454	+17.32	-0.05	+0.22
55	-0.0001	+0.0366	+0.0048	+2.43	-4.75	+36.00
56	-0.0001	+0.0269	+0.0049	+2.43	-4.89	+26.44
57	-0.0001	+0.0170	+0.0049	+2.43	-4.86	+16.75
58	+0.0000	+0.0071	+0.0049	+2.42	-4.87	+7.06

Número do Nó	X	Y	Z	ϕX	ϕY	ϕZ
59	+0.0000	-0.0027	+0.0049	+2.41	-4.84	-2.65
60	-0.0001	+0.1048	+0.0138	+4.86	-4.87	+36.27
61	-0.0001	+0.0769	+0.0142	+4.86	-4.87	+26.54
62	-0.0001	+0.0487	+0.0141	+4.87	-4.87	+16.80
63	+0.0000	+0.0205	+0.0141	+4.84	-4.87	+7.07
64	+0.0000	-0.0077	+0.0141	+4.83	-4.87	-2.66
65	-0.0002	+0.1424	+0.0191	+7.29	-0.36	+0.88
66	-0.0005	+0.1297	+0.0191	+7.29	-0.02	+0.69
67	-0.0004	+0.1170	+0.0191	+7.31	+0.11	+0.51
68	-0.0002	+0.1042	+0.0191	+7.30	+0.04	+0.32
69	-0.0001	+0.0915	+0.0191	+7.29	+0.04	+0.28
70	-0.0001	+0.0787	+0.0191	+7.30	+0.00	+0.23
71	-0.0001	+0.0660	+0.0191	+7.30	-0.06	+0.18
72	-0.0001	+0.0532	+0.0191	+7.31	+0.01	+0.13
73	-0.0001	+0.0405	+0.0191	+7.30	+0.02	+0.08
74	+0.0000	+0.0277	+0.0191	+7.27	+0.00	+0.04
75	+0.0000	+0.0150	+0.0191	+7.31	+0.03	+0.01
76	+0.0000	+0.0022	+0.0191	+7.31	+0.00	-0.02
77	+0.0000	-0.0105	+0.0191	+7.25	-0.09	-0.05
78	-0.0002	+0.1734	+0.0242	+9.68	-4.73	+29.70
79	-0.0002	+0.1250	+0.0240	+9.70	-4.83	+20.20
80	-0.0001	+0.0769	+0.0240	+9.69	-4.81	+10.63
81	-0.0002	+0.2293	+0.0330	+12.08	-4.69	+29.57
82	-0.0002	+0.1632	+0.0331	+12.10	-4.82	+20.14
83	-0.0001	+0.0970	+0.0331	+12.08	-4.79	+10.59
84	-0.0002	+0.2598	+0.0380	+14.47	-0.25	+0.63
85	-0.0004	+0.2345	+0.0380	+14.50	-0.02	+0.51
86	-0.0004	+0.2092	+0.0380	+14.53	+0.07	+0.38
87	-0.0002	+0.1838	+0.0380	+14.50	+0.03	+0.26
88	-0.0002	+0.1585	+0.0380	+14.52	+0.03	+0.22
89	-0.0001	+0.1332	+0.0380	+14.52	+0.02	+0.17
90	-0.0001	+0.1079	+0.0380	+14.46	-0.01	+0.13
91	-0.0002	+0.2756	+0.0400	+15.41	-1.85	+15.00
92	-0.0003	+0.1955	+0.0399	+15.44	-1.90	+11.25
93	-0.0002	+0.3037	+0.0434	+16.35	-1.79	+14.80
94	-0.0003	+0.2167	+0.0434	+16.38	-1.89	+11.18
95	-0.0003	+0.3189	+0.0453	+17.29	-0.11	+0.26
96	-0.0004	+0.2887	+0.0453	+17.31	-0.02	+0.25
97	-0.0003	+0.2585	+0.0453	+17.35	+0.03	+0.23
98	-0.0003	+0.2282	+0.0453	+17.32	+0.04	+0.22

Número do Nó	X	Y	Z	ϕX	ϕY	ϕZ
99	+0.0002	+0.1424	+0.0063	+7.30	-0.12	-0.23
100	-0.0003	+0.1424	-0.0064	+7.30	+0.12	-0.23
101	+0.0000	+0.1042	+0.0063	+7.30	+0.01	-0.04
102	-0.0001	+0.1042	-0.0064	+7.30	-0.02	-0.04
103	+0.0000	+0.0660	+0.0063	+7.30	-0.02	-0.04
104	-0.0001	+0.0660	-0.0064	+7.30	+0.01	-0.04
105	+0.0000	+0.0277	+0.0063	+7.31	+0.00	-0.01
106	-0.0001	+0.0277	-0.0064	+7.31	+0.00	-0.01
107	-0.0001	-0.0105	+0.0064	+7.31	-0.03	+0.01
108	+0.0000	-0.0105	-0.0064	+7.31	+0.02	+0.01
109	+0.0001	+0.2598	+0.0126	+14.52	-0.09	-0.11
110	-0.0002	+0.2598	-0.0127	+14.52	+0.08	-0.11
111	+0.0000	+0.1838	+0.0126	+14.51	+0.01	+0.01
112	+0.0000	+0.1838	-0.0127	+14.51	-0.02	+0.01
113	+0.0000	+0.1079	+0.0126	+14.52	-0.01	-0.01
114	-0.0001	+0.1079	-0.0127	+14.52	+0.00	-0.01
115	+0.0000	+0.3189	+0.0151	+17.33	-0.04	+0.02
116	+0.0000	+0.3189	-0.0152	+17.33	+0.03	+0.02
117	-0.0001	+0.2282	+0.0151	+17.32	+0.01	+0.04
118	+0.0000	+0.2282	-0.0152	+17.32	-0.02	+0.04

1) Valores em metros para deslocamentos e em graus para rotações.

2) Valores ortonormalizados em relação à matriz de massa.

ANEXO A.3.2

Modo #2

Frequência Natural = 5,62 Hz.

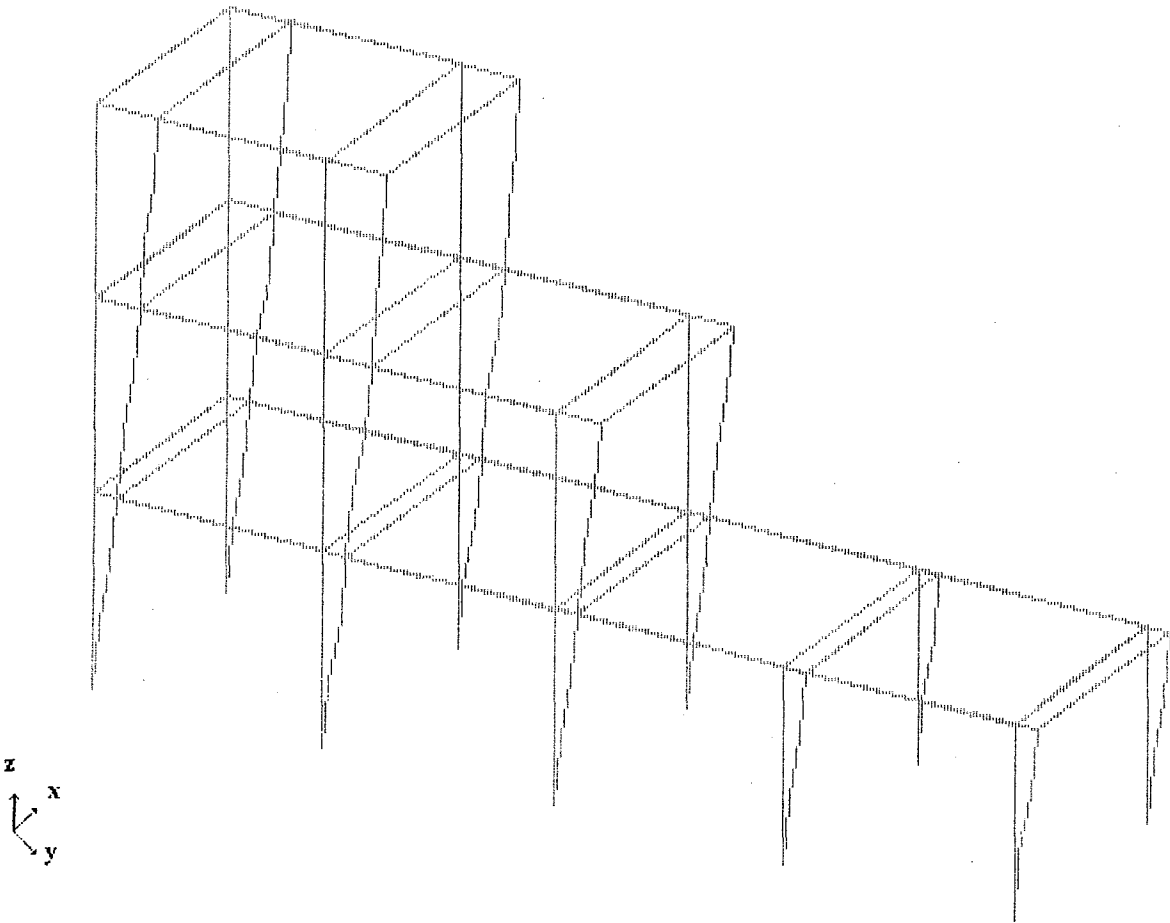


Figura A.3.2.1 - Representação do segundo modo.

Autovetor do segundo modo

Número do Nó	X	Y	Z	ϕX	ϕY	ϕZ
6	+0.0000	+0.0001	+0.0244	+0.00	-24.06	+0.11
7	-0.0001	+0.0000	+0.0247	+0.00	-24.34	+0.00
8	-0.0001	+0.0000	+0.0246	+0.00	-24.24	-0.01
9	+0.0000	+0.0000	+0.0248	+0.00	-24.39	-0.01
10	+0.0000	-0.0001	+0.0246	+0.00	-24.21	-0.07
11	+0.0000	+0.0002	+0.0701	+0.00	-24.36	+0.00
12	-0.0001	+0.0000	+0.0708	+0.00	-24.36	+0.00
13	-0.0001	-0.0001	+0.0705	+0.00	-24.36	+0.00

Número do Nó	X	Y	Z	ϕX	ϕY	ϕZ
14	+0.0000	-0.0001	+0.0709	+0.00	-24.36	+0.00
15	-0.0001	-0.0002	+0.0705	+0.00	-24.36	+0.00
16	+0.0001	+0.0000	+0.0956	+0.00	-0.94	-0.36
17	-0.0007	+0.0000	+0.0956	-0.01	-0.01	-0.24
18	-0.0003	+0.0000	+0.0956	-0.01	+0.26	-0.12
19	-0.0001	+0.0000	+0.0956	+0.00	-0.11	+0.00
20	+0.0000	+0.0000	+0.0956	-0.01	+0.14	+0.00
21	+0.0002	+0.0000	+0.0956	-0.01	+0.03	+0.01
22	-0.0001	+0.0000	+0.0956	+0.00	-0.42	+0.01
23	-0.0004	+0.0000	+0.0956	-0.01	-0.01	+0.02
24	-0.0002	+0.0000	+0.0956	-0.01	+0.14	+0.02
25	+0.0000	+0.0000	+0.0956	+0.00	+0.03	+0.02
26	+0.0002	+0.0000	+0.0956	-0.01	+0.15	+0.07
27	+0.0003	+0.0000	+0.0956	-0.01	-0.02	+0.13
28	-0.0001	+0.0000	+0.0956	+0.00	-0.50	+0.18
29	+0.0001	-0.0002	+0.1228	+0.01	-26.00	+0.09
30	-0.0001	+0.0000	+0.1225	+0.00	-26.25	-0.01
31	-0.0001	-0.0001	+0.1225	+0.01	-26.13	-0.07
32	+0.0001	+0.0000	+0.1718	+0.01	-25.91	+0.11
33	-0.0001	+0.0000	+0.1720	+0.00	-26.19	+0.00
34	-0.0001	-0.0002	+0.1718	+0.01	-26.09	-0.01
35	+0.0001	+0.0000	+0.1987	+0.02	-0.82	-0.29
36	-0.0005	-0.0001	+0.1987	-0.01	-0.05	-0.19
37	-0.0003	+0.0000	+0.1987	-0.01	+0.20	-0.09
38	-0.0001	+0.0000	+0.1987	+0.00	-0.08	+0.01
39	+0.0000	+0.0000	+0.1987	-0.01	+0.15	+0.07
40	+0.0002	+0.0000	+0.1987	-0.01	+0.03	+0.13
41	-0.0001	+0.0000	+0.1987	+0.02	-0.45	+0.19
42	+0.0001	-0.0002	+0.2154	+0.02	-15.79	+0.02
43	-0.0001	-0.0001	+0.2148	+0.01	-15.79	-0.04
44	+0.0002	-0.0001	+0.2450	+0.02	-15.52	+0.09
45	-0.0001	-0.0001	+0.2447	+0.01	-15.77	-0.01
46	+0.0002	+0.0000	+0.2609	+0.02	-0.25	-0.09
47	+0.0000	+0.0000	+0.2609	-0.01	+0.00	-0.03
48	+0.0000	+0.0000	+0.2609	-0.01	+0.00	+0.03
49	-0.0001	+0.0000	+0.2609	+0.02	-0.26	+0.09
55	+0.0000	-0.0002	+0.0244	-0.01	-24.06	-0.12
56	-0.0001	+0.0000	+0.0247	-0.01	-24.34	+0.00
57	-0.0001	+0.0000	+0.0246	-0.01	-24.24	+0.00
58	+0.0000	+0.0000	+0.0248	-0.01	-24.39	+0.00

Número do Nó	X	Y	Z	ϕX	ϕY	ϕZ
59	+0.0000	+0.0000	+0.0246	-0.01	-24.21	+0.06
60	+0.0000	-0.0003	+0.0701	-0.01	-24.36	+0.00
61	-0.0001	+0.0000	+0.0708	-0.01	-24.36	+0.00
62	-0.0001	+0.0000	+0.0705	-0.01	-24.36	+0.00
63	+0.0000	+0.0000	+0.0709	-0.01	-24.36	+0.00
64	-0.0001	+0.0001	+0.0705	-0.01	-24.36	+0.00
65	+0.0001	+0.0000	+0.0956	-0.01	-0.94	+0.35
66	-0.0007	+0.0000	+0.0956	+0.00	-0.01	+0.23
67	-0.0003	+0.0000	+0.0956	+0.00	+0.26	+0.11
68	-0.0001	+0.0000	+0.0956	-0.01	-0.11	+0.00
69	+0.0000	+0.0000	+0.0956	+0.00	+0.14	-0.01
70	+0.0002	+0.0000	+0.0956	+0.00	+0.03	-0.02
71	-0.0001	+0.0000	+0.0956	-0.01	-0.42	-0.02
72	-0.0004	+0.0000	+0.0956	+0.00	-0.01	-0.02
73	-0.0002	+0.0000	+0.0956	+0.00	+0.14	-0.03
74	+0.0000	+0.0000	+0.0956	-0.01	+0.03	-0.03
75	+0.0002	+0.0000	+0.0956	+0.00	+0.15	-0.08
76	+0.0003	+0.0000	+0.0956	+0.00	-0.02	-0.14
77	-0.0001	+0.0000	+0.0956	-0.01	-0.50	-0.19
78	+0.0001	+0.0001	+0.1228	-0.02	-26.00	-0.10
79	-0.0001	+0.0000	+0.1225	-0.01	-26.25	+0.00
80	-0.0001	+0.0000	+0.1225	-0.01	-26.13	+0.06
81	+0.0001	-0.0001	+0.1718	-0.02	-25.91	-0.12
82	-0.0001	+0.0000	+0.1720	-0.01	-26.19	+0.00
83	-0.0001	+0.0001	+0.1718	-0.02	-26.09	+0.00
84	+0.0001	+0.0000	+0.1987	-0.02	-0.82	+0.28
85	-0.0005	+0.0000	+0.1987	+0.00	-0.05	+0.18
86	-0.0003	+0.0000	+0.1987	+0.00	+0.20	+0.08
87	-0.0001	+0.0000	+0.1987	-0.01	-0.08	-0.02
88	+0.0000	+0.0000	+0.1987	+0.00	+0.15	-0.08
89	+0.0002	-0.0001	+0.1987	+0.00	+0.03	-0.14
90	-0.0001	+0.0000	+0.1987	-0.02	-0.45	-0.20
91	+0.0001	+0.0001	+0.2154	-0.02	-15.79	-0.03
92	-0.0001	+0.0000	+0.2148	-0.01	-15.79	+0.03
93	+0.0002	+0.0000	+0.2450	-0.02	-15.52	-0.10
94	-0.0001	+0.0000	+0.2447	-0.02	-15.77	+0.00
95	+0.0002	+0.0000	+0.2609	-0.02	-0.25	+0.08
96	+0.0000	+0.0000	+0.2609	+0.00	+0.00	+0.02
97	+0.0000	+0.0000	+0.2609	+0.00	+0.00	-0.04
98	-0.0001	+0.0000	+0.2609	-0.02	-0.26	-0.10

Número do Nó	X	Y	Z	ϕX	ϕY	ϕZ
99	+0.0005	+0.0000	+0.0956	-0.01	-0.94	+0.11
100	+0.0005	+0.0000	+0.0956	+0.00	-0.94	-0.12
101	-0.0001	+0.0000	+0.0956	-0.01	-0.11	+0.00
102	-0.0001	+0.0000	+0.0956	+0.00	-0.11	+0.00
103	-0.0001	+0.0000	+0.0956	-0.01	-0.42	-0.01
104	-0.0001	+0.0000	+0.0956	+0.00	-0.42	+0.00
105	-0.0001	+0.0000	+0.0956	-0.01	+0.03	-0.01
106	-0.0001	+0.0000	+0.0956	+0.00	+0.03	+0.00
107	-0.0003	+0.0000	+0.0956	-0.01	-0.50	-0.07
108	-0.0003	+0.0000	+0.0956	+0.00	-0.50	+0.06
109	+0.0005	+0.0000	+0.1987	-0.02	-0.82	+0.09
110	+0.0005	+0.0000	+0.1987	+0.01	-0.82	-0.10
111	-0.0001	+0.0000	+0.1987	-0.02	-0.08	-0.01
112	-0.0001	+0.0000	+0.1987	+0.01	-0.08	+0.00
113	-0.0003	+0.0000	+0.1987	-0.02	-0.45	-0.07
114	-0.0003	+0.0000	+0.1987	+0.01	-0.45	+0.06
115	+0.0003	+0.0000	+0.2609	-0.02	-0.25	+0.02
116	+0.0003	+0.0000	+0.2609	+0.02	-0.25	-0.03
117	-0.0003	+0.0000	+0.2609	-0.02	-0.26	-0.04
118	-0.0003	+0.0000	+0.2609	+0.02	-0.26	+0.03

1) Valores em metros para deslocamentos e em graus para rotações.

2) Valores ortonormalizados em relação à matriz de massa.

ANEXO A.3.3

Modo #3

Frequência Natural = 7,92 Hz.

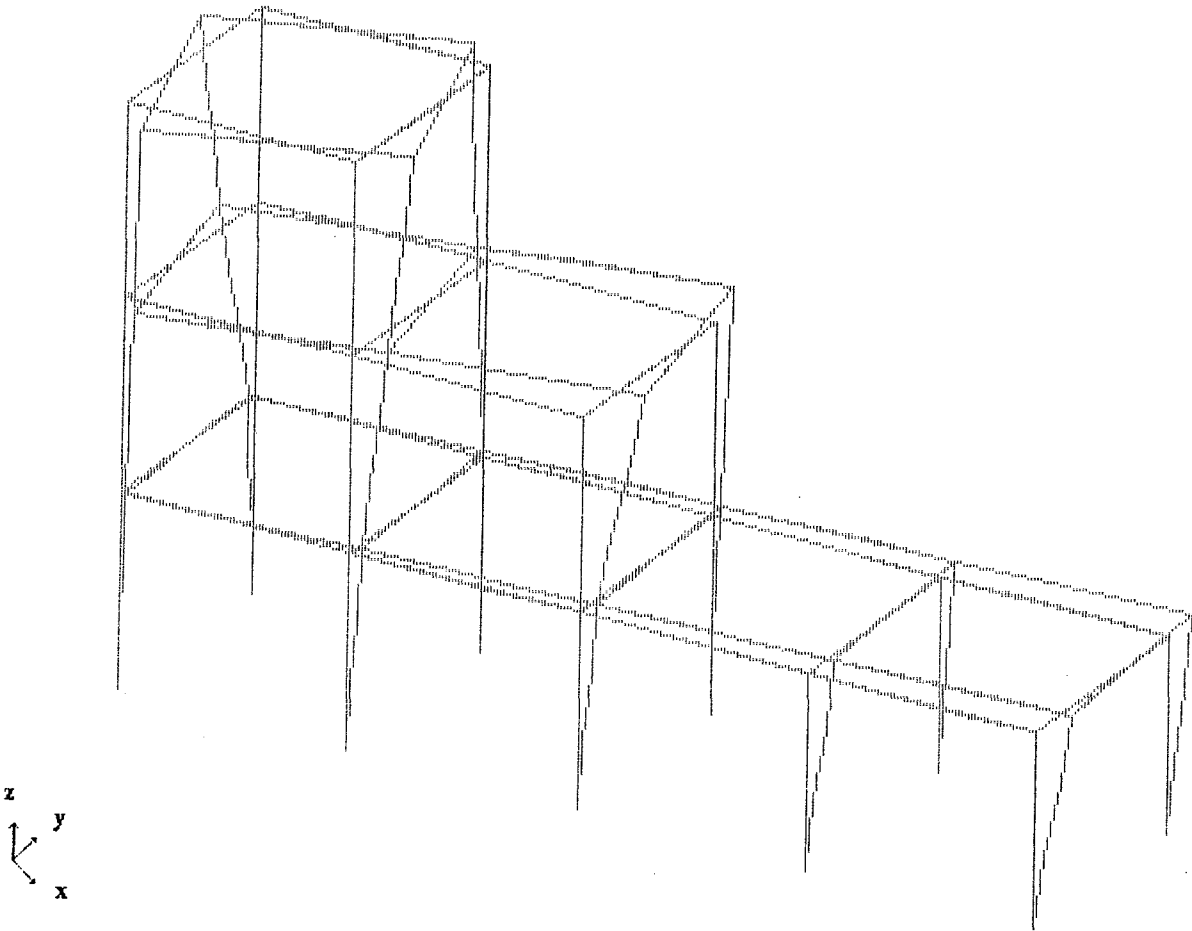


Figura A.3.3.1 - Representação do terceiro modo.

Autovetor do terceiro modo

Número do Nó	X	Y	Z	ϕX	ϕY	ϕZ
6	-0.0001	-0.0029	+0.0068	-3.48	-6.74	-2.82
7	+0.0000	+0.0109	+0.0070	-3.46	-6.87	+10.75
8	+0.0000	+0.0248	+0.0069	-3.47	-6.81	+24.39
9	+0.0000	+0.0389	+0.0070	-3.42	-6.88	+38.26
10	+0.0000	+0.0527	+0.0069	-3.41	-6.80	+51.85
11	-0.0001	-0.0083	+0.0196	-6.96	-6.88	-2.96
12	+0.0000	+0.0313	+0.0199	-6.93	-6.88	+10.79
13	+0.0000	+0.0710	+0.0198	-6.94	-6.88	+24.53

Número do Nó	X	Y	Z	ϕX	ϕY	ϕZ
14	+0.0000	+0.1113	+0.0200	-6.84	-6.87	+38.27
15	+0.0000	+0.1509	+0.0198	-6.82	-6.87	+52.01
16	-0.0001	-0.0117	+0.0270	-10.44	-0.46	-0.42
17	-0.0004	+0.0064	+0.0270	-10.30	+0.03	-0.24
18	-0.0002	+0.0244	+0.0270	-10.28	+0.16	-0.05
19	+0.0000	+0.0424	+0.0270	-10.39	-0.04	+0.14
20	+0.0001	+0.0604	+0.0270	-10.30	+0.09	+0.27
21	+0.0002	+0.0783	+0.0270	-10.29	+0.03	+0.40
22	+0.0001	+0.0964	+0.0270	-10.41	-0.23	+0.53
23	-0.0001	+0.1145	+0.0270	-10.35	-0.02	+0.42
24	-0.0001	+0.1325	+0.0270	-10.27	+0.05	+0.31
25	+0.0000	+0.1504	+0.0270	-10.26	+0.00	+0.20
26	+0.0001	+0.1684	+0.0270	-10.36	+0.08	+0.36
27	+0.0002	+0.1864	+0.0270	-10.31	-0.01	+0.52
28	+0.0000	+0.2044	+0.0270	-10.23	-0.26	+0.68
29	-0.0001	-0.0375	+0.0460	-19.68	-18.40	-25.12
30	+0.0000	+0.0545	+0.0460	-19.67	-18.61	+11.83
31	+0.0001	+0.1466	+0.0459	-19.60	-18.48	+48.89
32	-0.0001	-0.0850	+0.0808	-28.93	-18.42	-25.16
33	+0.0000	+0.0769	+0.0811	-28.96	-18.57	+11.80
34	+0.0001	+0.2389	+0.0808	-28.79	-18.50	+48.81
35	-0.0001	-0.1111	+0.1000	-38.18	-0.65	-0.66
36	-0.0006	-0.0444	+0.1000	-38.20	+0.03	-0.38
37	-0.0002	+0.0223	+0.1000	-38.22	+0.24	-0.10
38	+0.0000	+0.0890	+0.1000	-38.25	-0.03	+0.18
39	+0.0002	+0.1558	+0.1000	-38.31	+0.17	+0.35
40	+0.0004	+0.2226	+0.1000	-38.18	+0.03	+0.52
41	+0.0001	+0.2890	+0.1000	-37.97	-0.43	+0.69
42	-0.0001	-0.1312	+0.1174	-46.45	-16.60	-19.29
43	+0.0000	+0.1033	+0.1169	-46.50	-16.61	+13.89
44	-0.0001	-0.1674	+0.1485	-54.72	-16.37	-19.06
45	+0.0000	+0.1295	+0.1483	-54.75	-16.57	+13.82
46	-0.0001	-0.1870	+0.1653	-62.99	-0.22	-0.28
47	-0.0002	-0.0768	+0.1653	-63.20	+0.09	-0.12
48	+0.0000	+0.0335	+0.1653	-63.21	+0.10	+0.04
49	+0.0000	+0.1437	+0.1653	-63.00	-0.20	+0.21
55	+0.0000	-0.0029	-0.0069	-3.48	+6.73	-2.82
56	-0.0001	+0.0109	-0.0070	-3.46	+6.87	+10.75
57	-0.0001	+0.0248	-0.0070	-3.47	+6.80	+24.39
58	-0.0001	+0.0389	-0.0070	-3.42	+6.88	+38.26

Número do Nó	X	Y	Z	ϕX	ϕY	ϕZ
59	-0.0001	+0.0527	-0.0069	-3.41	+6.79	+51.85
60	+0.0000	-0.0083	-0.0197	-6.96	+6.87	-2.96
61	-0.0001	+0.0313	-0.0200	-6.93	+6.87	+10.79
62	-0.0001	+0.0710	-0.0199	-6.94	+6.87	+24.53
63	-0.0001	+0.1113	-0.0200	-6.84	+6.87	+38.27
64	-0.0001	+0.1509	-0.0198	-6.82	+6.87	+52.01
65	+0.0000	-0.0117	-0.0270	-10.44	+0.45	-0.42
66	+0.0003	+0.0064	-0.0270	-10.30	-0.03	-0.24
67	+0.0001	+0.0244	-0.0270	-10.28	-0.17	-0.05
68	-0.0001	+0.0424	-0.0270	-10.39	+0.03	+0.14
69	-0.0002	+0.0604	-0.0270	-10.30	-0.10	+0.27
70	-0.0003	+0.0783	-0.0270	-10.29	-0.04	+0.40
71	-0.0002	+0.0964	-0.0270	-10.41	+0.22	+0.53
72	+0.0000	+0.1145	-0.0270	-10.35	+0.02	+0.42
73	+0.0000	+0.1325	-0.0270	-10.27	-0.06	+0.31
74	-0.0001	+0.1504	-0.0270	-10.26	-0.01	+0.20
75	-0.0002	+0.1684	-0.0270	-10.36	-0.09	+0.36
76	-0.0003	+0.1864	-0.0270	-10.31	+0.00	+0.52
77	-0.0001	+0.2044	-0.0270	-10.23	+0.26	+0.68
78	+0.0000	-0.0375	-0.0461	-19.68	+18.40	-25.12
79	-0.0001	+0.0545	-0.0460	-19.67	+18.60	+11.83
80	-0.0002	+0.1466	-0.0460	-19.60	+18.47	+48.89
81	+0.0000	-0.0850	-0.0809	-28.93	+18.42	-25.16
82	-0.0001	+0.0769	-0.0812	-28.96	+18.56	+11.80
83	-0.0002	+0.2389	-0.0809	-28.79	+18.50	+48.81
84	+0.0000	-0.1111	-0.1001	-38.18	+0.64	-0.66
85	+0.0005	-0.0444	-0.1001	-38.20	-0.04	-0.38
86	+0.0002	+0.0223	-0.1001	-38.22	-0.25	-0.10
87	-0.0001	+0.0890	-0.1001	-38.25	+0.02	+0.18
88	-0.0003	+0.1558	-0.1001	-38.31	-0.17	+0.35
89	-0.0005	+0.2226	-0.1001	-38.18	-0.04	+0.52
90	-0.0002	+0.2890	-0.1001	-37.97	+0.43	+0.69
91	+0.0000	-0.1312	-0.1175	-46.45	+16.60	-19.29
92	-0.0001	+0.1033	-0.1170	-46.50	+16.60	+13.89
93	+0.0000	-0.1674	-0.1486	-54.72	+16.36	-19.06
94	-0.0001	+0.1295	-0.1484	-54.75	+16.57	+13.82
95	+0.0000	-0.1870	-0.1653	-62.99	+0.21	-0.28
96	+0.0001	-0.0768	-0.1653	-63.20	-0.10	-0.12
97	-0.0001	+0.0335	-0.1653	-63.21	-0.10	+0.04
98	-0.0001	+0.1437	-0.1653	-63.00	+0.19	+0.21

Número do Nó	X	Y	Z	ϕX	ϕY	ϕZ
99	-0.0002	-0.0117	-0.0090	-10.28	+0.15	+0.12
100	+0.0001	-0.0117	+0.0089	-10.28	-0.15	+0.12
101	+0.0000	+0.0424	-0.0090	-10.30	+0.01	-0.03
102	-0.0001	+0.0424	+0.0089	-10.30	-0.02	-0.03
103	+0.0001	+0.0964	-0.0090	-10.29	+0.07	-0.12
104	-0.0002	+0.0964	+0.0089	-10.29	-0.08	-0.12
105	+0.0000	+0.1504	-0.0091	-10.33	-0.01	-0.04
106	-0.0001	+0.1504	+0.0090	-10.33	+0.00	-0.04
107	+0.0002	+0.2044	-0.0091	-10.34	+0.08	-0.20
108	-0.0003	+0.2044	+0.0090	-10.34	-0.09	-0.20
109	-0.0003	-0.1111	-0.0334	-38.22	+0.21	+0.18
110	+0.0002	-0.1111	+0.0333	-38.22	-0.22	+0.18
111	+0.0000	+0.0890	-0.0334	-38.20	+0.01	-0.04
112	-0.0001	+0.0890	+0.0333	-38.20	-0.01	-0.04
113	+0.0001	+0.2890	-0.0335	-38.29	+0.14	-0.15
114	-0.0002	+0.2890	+0.0334	-38.29	-0.15	-0.15
115	-0.0001	-0.1870	-0.0552	-63.20	+0.07	+0.06
116	+0.0000	-0.1870	+0.0551	-63.20	-0.08	+0.06
117	+0.0000	+0.1437	-0.0552	-63.20	+0.06	-0.05
118	-0.0001	+0.1437	+0.0551	-63.20	-0.07	-0.05

1) Valores em metros para deslocamentos e em graus para rotações.

2) Valores ortonormalizados em relação à matriz de massa.

ANEXO A.3.4

Modo #4

Frequência Natural = 11,36Hz.

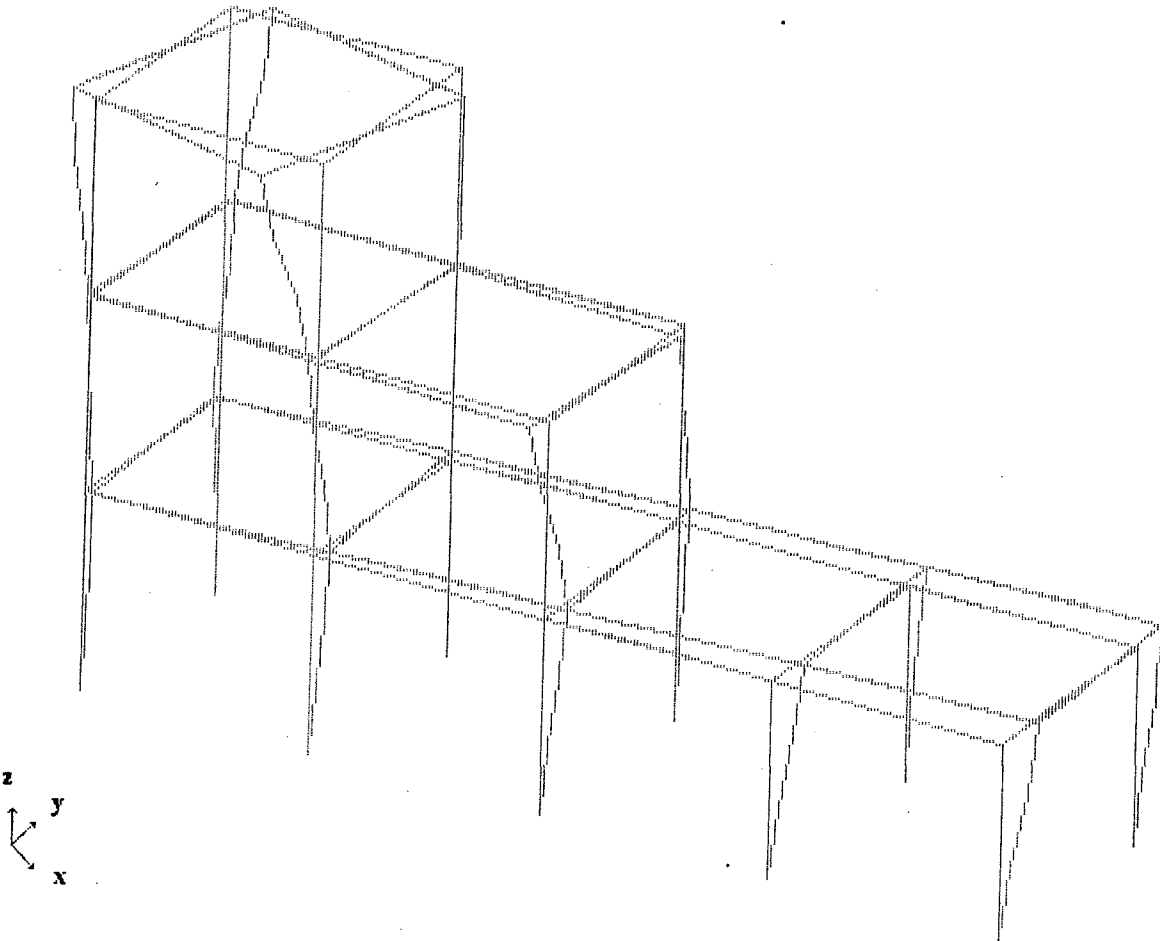


Figura A.3.4.1 - Representação do quarto modo
Autovetor do quarto modo

Número do Nó	X	Y	Z	φX	φY	φZ
6	+0.0000	+0.0009	-0.0093	+4.45	+9.13	+0.94
7	+0.0000	-0.0177	-0.0093	+4.49	+9.08	-17.30
8	+0.0000	-0.0362	-0.0094	+4.47	+9.13	-35.52
9	-0.0001	-0.0545	-0.0093	+4.53	+9.12	-53.48
10	-0.0001	-0.0728	-0.0091	+4.48	+8.95	-71.48
11	+0.0000	+0.0027	-0.0266	+8.90	+9.06	+0.90
12	+0.0000	-0.0503	-0.0265	+8.98	+9.06	-17.22
13	+0.0000	-0.1033	-0.0266	+8.95	+9.06	-35.34

Número do Nó	X	Y	Z	ϕX	ϕY	ϕZ
14	-0.0001	-0.1556	-0.0265	+9.06	+9.06	-53.47
15	-0.0001	-0.2080	-0.0262	+8.96	+9.06	-71.60
16	+0.0000	-0.0035	-0.0357	+13.35	-0.13	-0.09
17	-0.0001	-0.0201	-0.0357	+13.66	+0.02	-0.03
18	+0.0000	-0.0440	-0.0357	+13.69	+0.06	+0.04
19	+0.0001	-0.0677	-0.0357	+13.47	-0.01	+0.10
20	+0.0001	-0.0915	-0.0357	+13.69	+0.03	+0.15
21	+0.0002	-0.1154	-0.0357	+13.63	-0.01	+0.20
22	+0.0000	-0.1390	-0.0357	+13.43	-0.14	+0.24
23	-0.0001	-0.1627	-0.0357	+13.65	-0.01	+0.03
24	-0.0001	-0.1865	-0.0357	+13.63	+0.00	-0.19
25	-0.0001	-0.2103	-0.0357	+13.60	-0.10	-0.40
26	-0.0004	-0.2342	-0.0357	+13.71	-0.13	-0.59
27	-0.0005	-0.2580	-0.0357	+13.56	+0.03	-0.77
28	-0.0001	-0.2815	-0.0357	+13.45	+0.40	-0.95
29	+0.0000	-0.0048	-0.0180	+4.60	-17.31	-8.17
30	+0.0001	-0.0406	-0.0179	+4.68	-17.50	+26.64
31	+0.0001	-0.0760	-0.0179	+4.79	-17.40	+61.72
32	+0.0000	-0.0203	+0.0149	-4.15	-17.53	-8.24
33	+0.0002	+0.0099	+0.0153	-4.11	-17.57	+26.83
34	+0.0001	+0.0408	+0.0151	-3.85	-17.52	+61.92
35	+0.0001	-0.0289	+0.0333	-12.90	-0.80	-0.34
36	-0.0004	-0.0066	+0.0333	-12.69	+0.10	-0.02
37	+0.0000	+0.0155	+0.0333	-12.69	+0.29	+0.30
38	+0.0002	+0.0378	+0.0333	-12.90	-0.21	+0.62
39	+0.0002	+0.0602	+0.0333	-12.84	+0.14	+0.67
40	+0.0004	+0.0825	+0.0333	-12.67	+0.03	+0.73
41	+0.0001	+0.1044	+0.0333	-12.50	-0.53	+0.78
42	+0.0001	-0.0419	+0.0696	-30.26	-35.00	-12.42
43	+0.0002	+0.0967	+0.0690	-30.24	-34.91	+57.43
44	+0.0001	-0.0652	+0.1354	-47.62	-34.69	-12.29
45	+0.0002	+0.2051	+0.1349	-47.58	-34.89	+57.30
46	+0.0001	-0.0778	+0.1708	-64.98	-0.32	-0.15
47	+0.0001	+0.0361	+0.1708	-65.42	+0.23	+0.19
48	+0.0005	+0.1503	+0.1708	-65.35	+0.13	+0.52
49	+0.0002	+0.2640	+0.1708	-64.92	-0.59	+0.86
55	-0.0001	+0.0009	+0.0093	+4.45	-9.13	+0.94
56	-0.0001	-0.0177	+0.0092	+4.49	-9.09	-17.30
57	-0.0001	-0.0362	+0.0093	+4.47	-9.14	-35.52
58	+0.0000	-0.0545	+0.0093	+4.53	-9.13	-53.48

Número do Nó	X	Y	Z	ϕX	ϕY	ϕZ
59	+0.0000	-0.0728	+0.0091	+4.48	-8.96	-71.48
60	-0.0001	+0.0027	+0.0265	+8.90	-9.06	+0.90
61	-0.0001	-0.0503	+0.0264	+8.98	-9.07	-17.22
62	-0.0001	-0.1033	+0.0265	+8.95	-9.07	-35.34
63	+0.0000	-0.1556	+0.0265	+9.06	-9.07	-53.47
64	+0.0000	-0.2080	+0.0261	+8.96	-9.07	-71.60
65	-0.0001	+0.0035	+0.0356	+13.35	+0.13	-0.09
66	+0.0000	-0.0201	+0.0356	+13.66	-0.02	-0.03
67	-0.0001	-0.0440	+0.0356	+13.69	-0.07	+0.04
68	-0.0002	-0.0677	+0.0356	+13.47	+0.00	+0.10
69	-0.0002	-0.0915	+0.0356	+13.69	-0.04	+0.15
70	-0.0002	-0.1154	+0.0356	+13.63	+0.01	+0.20
71	-0.0001	-0.1390	+0.0356	+13.43	+0.14	+0.24
72	+0.0000	-0.1627	+0.0356	+13.65	+0.01	+0.03
73	+0.0000	-0.1865	+0.0356	+13.63	-0.01	-0.19
74	+0.0000	-0.2103	+0.0356	+13.60	+0.10	-0.40
75	+0.0003	-0.2342	+0.0356	+13.71	+0.13	-0.59
76	+0.0004	-0.2580	+0.0356	+13.56	-0.04	-0.77
77	+0.0000	-0.2815	+0.0356	+13.45	-0.40	-0.95
78	-0.0001	-0.0048	+0.0179	+4.60	+17.30	-8.17
79	-0.0002	-0.0406	+0.0178	+4.68	+17.49	+26.64
80	-0.0001	-0.0760	+0.0178	+4.79	+17.39	+61.72
81	-0.0001	-0.0203	-0.0149	-4.15	+17.52	-8.24
82	-0.0002	+0.0099	-0.0153	-4.11	+17.56	+26.83
83	-0.0002	+0.0408	-0.0152	-3.85	+17.52	+61.92
84	-0.0001	-0.0289	-0.0334	-12.90	+0.79	-0.34
85	+0.0004	-0.0066	-0.0334	-12.69	-0.10	-0.02
86	-0.0001	+0.0155	-0.0334	-12.69	-0.30	+0.30
87	-0.0003	+0.0378	-0.0334	-12.90	+0.20	+0.62
88	-0.0003	+0.0602	-0.0334	-12.84	-0.15	+0.67
89	-0.0005	+0.0825	-0.0334	-12.67	-0.04	+0.73
90	-0.0002	+0.1044	-0.0334	-12.50	+0.52	+0.78
91	-0.0002	-0.0419	-0.0697	-30.26	+34.99	-12.42
92	-0.0003	+0.0967	-0.0691	-30.24	+34.90	+57.43
93	-0.0002	-0.0652	-0.1355	-47.62	+34.68	-12.29
94	-0.0003	+0.2051	-0.1350	-47.58	+34.88	+57.30
95	-0.0002	-0.0778	-0.1709	-64.98	+0.31	-0.15
96	-0.0002	+0.0361	-0.1709	-65.42	-0.23	+0.19
97	-0.0006	+0.1503	-0.1709	-65.35	-0.14	+0.52
98	-0.0003	+0.2640	-0.1709	-64.92	+0.59	+0.86

Número do Nó	X	Y	Z	ϕX	ϕY	ϕZ
99	-0.0001	+0.0035	+0.0119	+13.69	+0.04	+0.05
100	+0.0000	+0.0035	-0.0120	+13.69	-0.05	+0.05
101	-0.0001	-0.0677	+0.0119	+13.65	+0.00	+0.03
102	+0.0000	-0.0677	-0.0120	+13.65	-0.01	+0.03
103	+0.0000	-0.1390	+0.0119	+13.67	+0.04	-0.04
104	-0.0001	-0.1390	-0.0120	+13.67	-0.05	-0.04
105	-0.0002	-0.2103	+0.0118	+13.61	+0.03	+0.08
106	+0.0001	-0.2103	-0.0119	+13.61	-0.04	+0.08
107	-0.0004	-0.2815	+0.0119	+13.66	-0.14	+0.27
108	+0.0003	-0.2815	-0.0120	+13.66	+0.13	+0.27
109	-0.0002	-0.0289	-0.0111	-12.69	+0.26	+0.16
110	+0.0001	-0.0289	+0.0110	-12.69	-0.27	+0.16
111	+0.0001	+0.0378	-0.0111	-12.69	+0.06	-0.09
112	-0.0002	+0.0378	+0.0110	-12.69	-0.07	-0.09
113	+0.0002	+0.1044	-0.0113	-12.82	+0.17	-0.19
114	-0.0003	+0.1044	+0.0112	-12.82	-0.18	-0.19
115	-0.0002	-0.0778	-0.0571	-65.38	+0.10	+0.11
116	+0.0001	-0.0778	+0.0570	-65.38	-0.11	+0.11
117	+0.0002	+0.2640	-0.0571	-65.39	+0.19	-0.15
118	-0.0002	+0.2640	+0.0571	-65.39	-0.20	-0.15

1) Valores em metros para deslocamento e em graus para rotação.

2) Valores ortonormalizados em relação à matriz de massa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Den Hartog, J.P., "Mechanical Vibrations", Dover Publications, New York, 1985.
- [2] Snowdon, J.C., "Vibrations and Shock in Damped Mechanical Systems", John Wiley & Sons, New York, 1968.
- [3] Espíndola, J.J., "Apostila de Controle de Vibrações", Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Laboratório de Vibrações e Acústica, UFSC, 1990.
- [4] Hunt, J.B., "Dynamic Vibrations Absorbers", Mechanical Engineering Publications LTD, London, 1979.
- [5] Nashif, A.D., Jones, D.I.G e Henderson, J.P., "Vibration Damping", John Wiley & Sons, New York, 1985.
- [6] Snowdon, J.C., "Steady-State Behaviour of the Dynamic Absorber", The Journal of Acoustical Society of America, August, 1959, Vol. 31, No. 8, 1096-1103.
- [7] Snowdon, J.C., "Dynamic Vibration Absorbers That Have Increased Effectiveness", Journal of Engineering for Industry, Transactions of the ASME, August, 1974, 940-945.
- [8] Espíndola, J.J., Barbosa, W.A. e Silva, H.P., "Análise de Vibrações de Edifício Industrial", Relatório de Consultoria, Departamento de Engenharia Mecânica, UFSC, 1990.
- [9] Espíndola, J.J. e Silva, H.P., "Modal Reduction of Vibrations by Dynamic Neutralizer : A General Approach", Trabalho apresentado no DINAME 93, ABCM, 1993.
- [10] Kitis, L, Wang, B.P. e Pilkey, W.D., "Vibration Reduction Over A Frequency Range", Journal of Sound and Vibration, Vol 89 (4), 559-569, 1983.
- [11] Lopes, E.M.O., "Um Estudo da Precisão do Método da Viga Vibrante Aplicado à Determinação das Propriedades Dinâmicas de Elastômeros", Dissertação de Mestrado, UFSC.
- [12] Silva, H.P., "Controle Modal de Vibrações através de Neutralizadores Dinâmicos", Dissertação de Mestrado, UFSC, 1992.
- [13] Ewins, D.J., "Modal Testing : Theory and Practice", Research Studies Press LTD, 1984.

- [14] "ANSYS 5.0 - Dynamic Users Guide for Revision 5.0", Swanson Analysis Systems Inc., 1993.